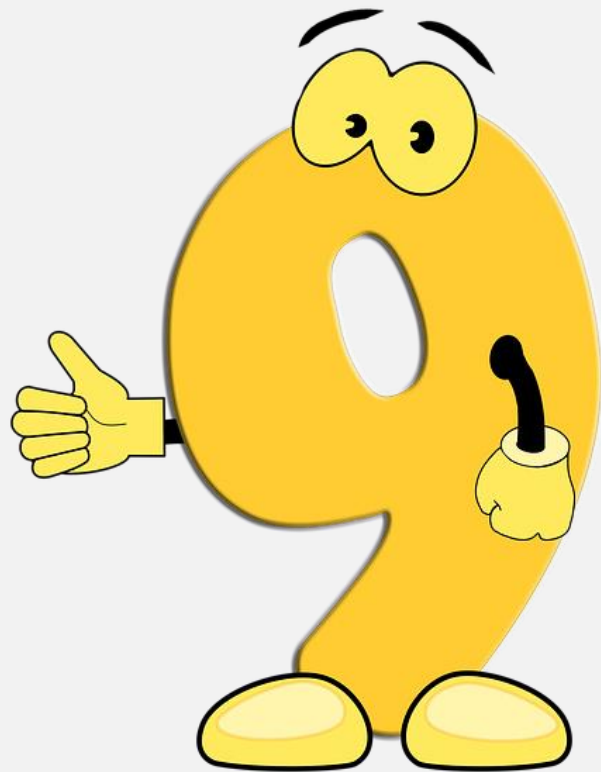


Enseigner le nombre au cycle 2



Enseigner le nombre au cycle 2

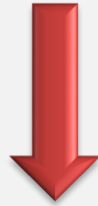


Qu'est ce que c'est ?

Quels obstacles didactiques ?
Quelle progressivité ?
Quelles activités ?

Que s'est-il passé avant ?
Quelles spécificités ?
Que se passera-t-il après ?

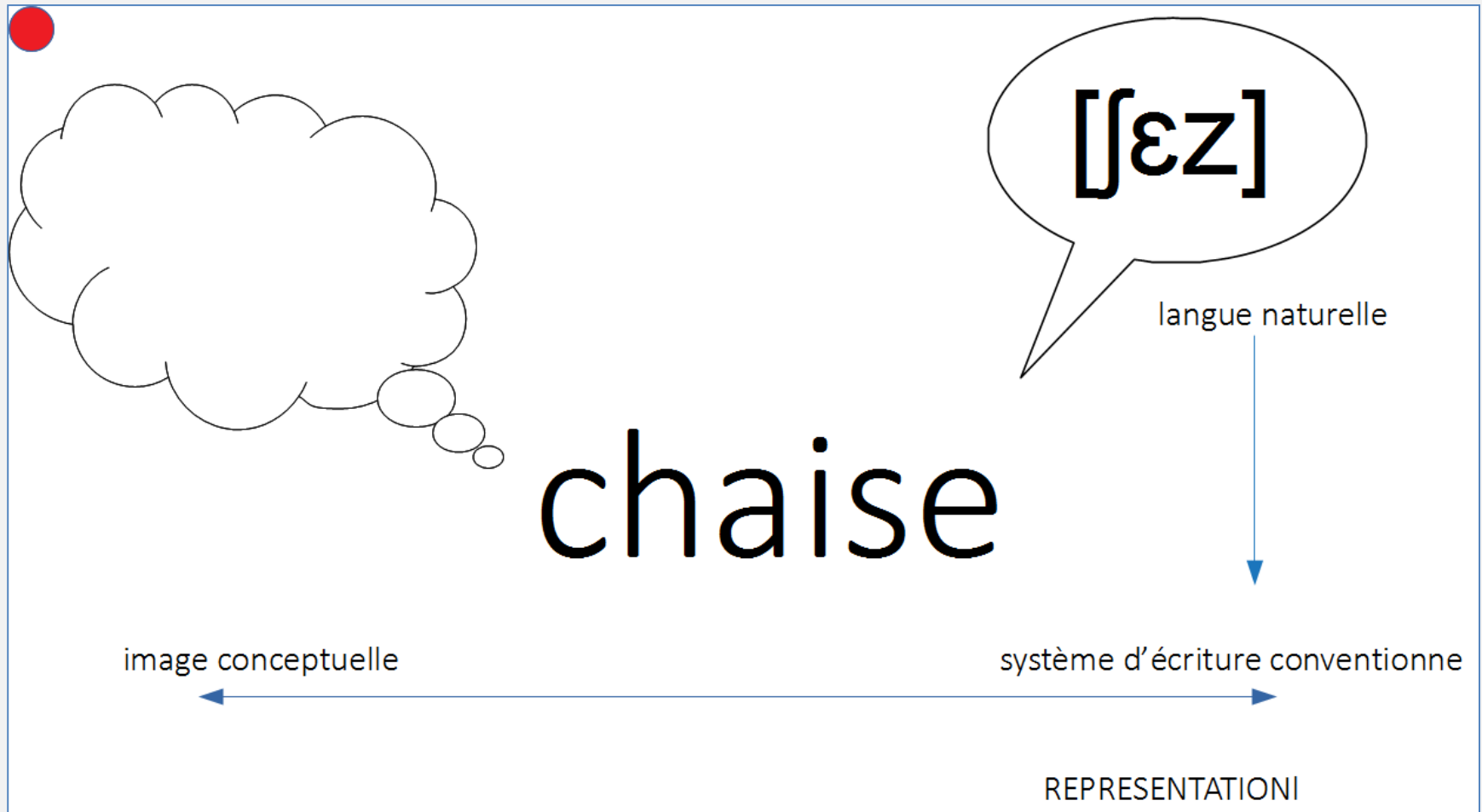
Enseigner le nombre au cycle 2



Qu'est ce que c'est ?



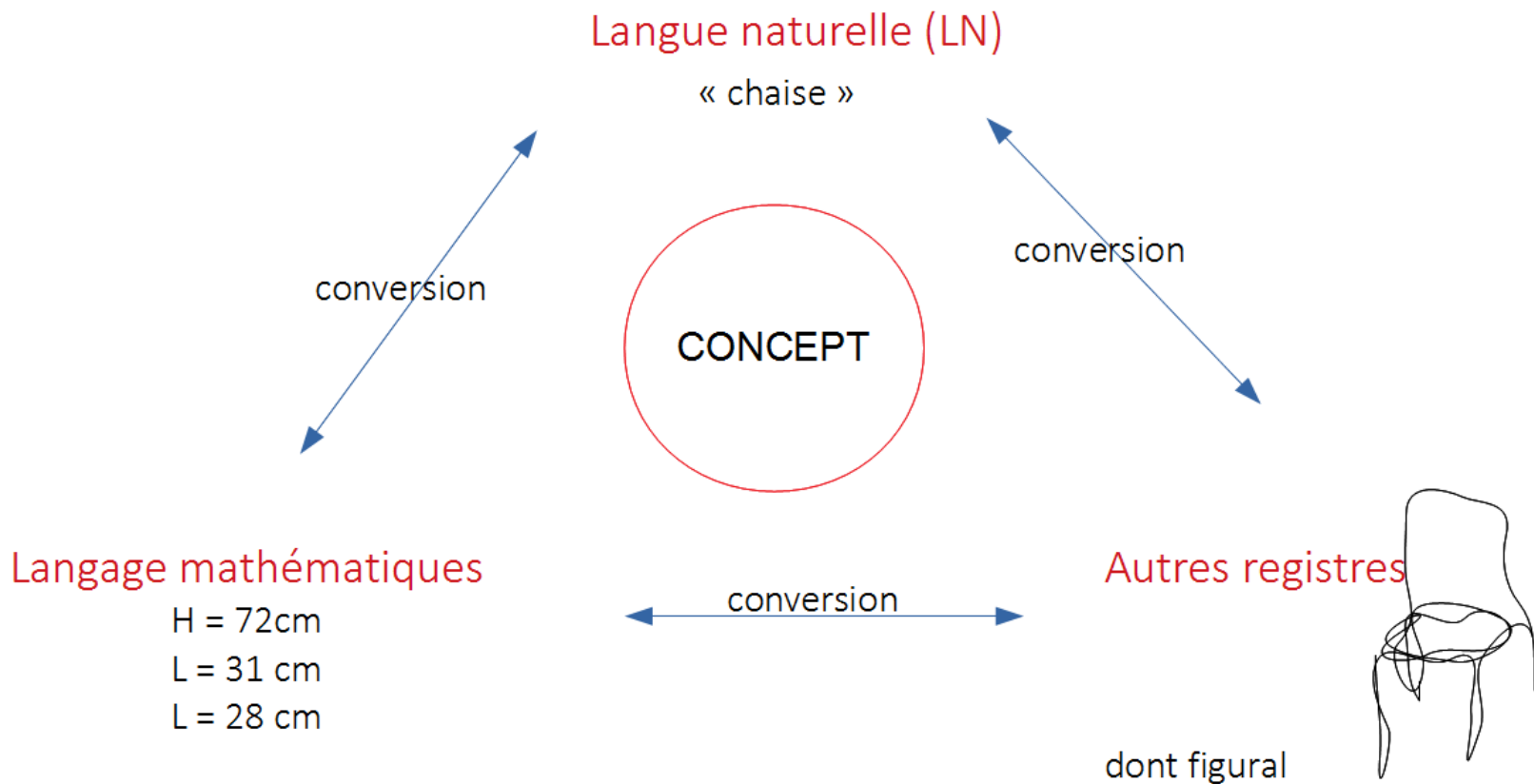
Le concept



Le concept

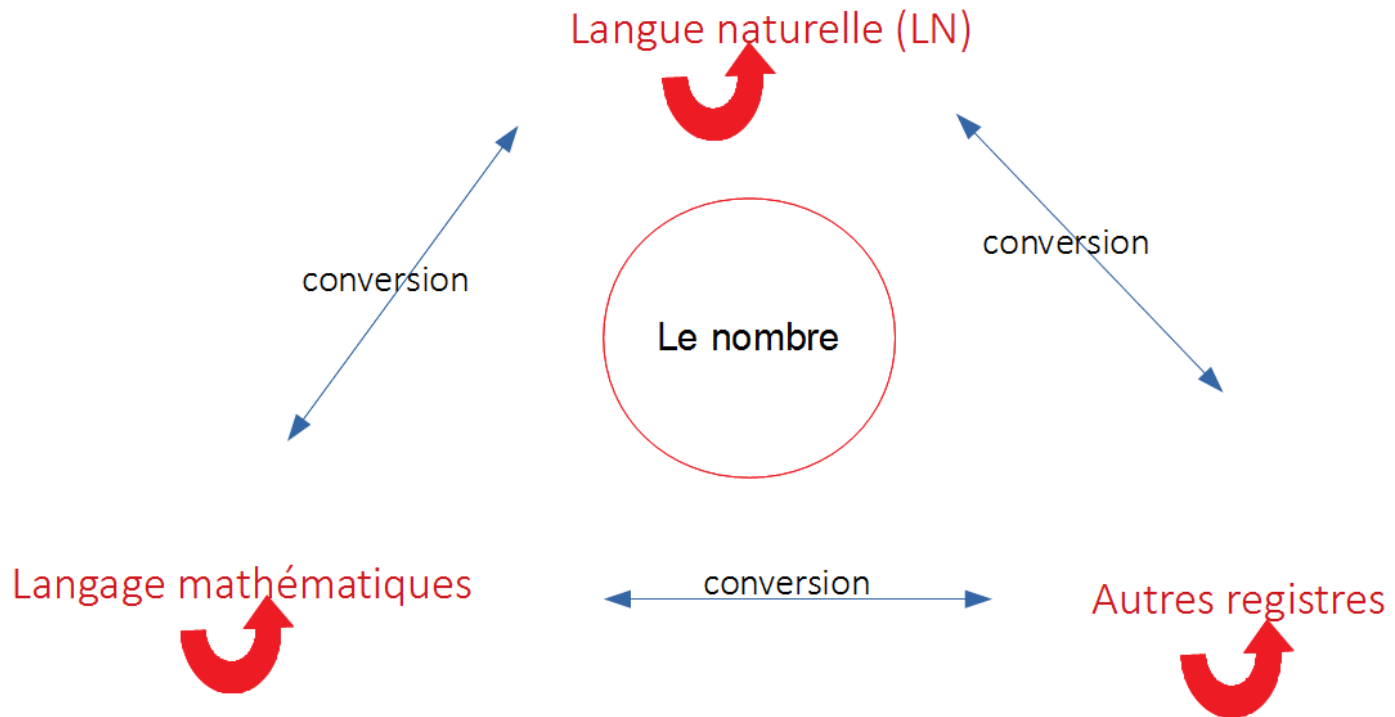


Registres de représentation et conversions



Le concept de nombre

Registres de représentation : conversions et transformations



Qu'est-ce qu'un nombre?



Le conceptuel

- Construire la notion de nombre

Définition de Péano (1858-1932):

Tout entier n a un successeur unique noté $n+1$

Le conventionnel

- On a donné des noms aux nombres: numération orale
- On a représenté les nombres selon un système conventionnel positionnel: numération écrite



Définition axiomatique des entiers naturels

Giuseppe Peano (1858-1932)

L'élément appelé zéro et noté 0, est un entier naturel.

Tout entier naturel n a un unique successeur $\rightarrow 0 + 1 \rightarrow 0 + 1 + 1 \rightarrow 0 + 1 + 1 + 1 \rightarrow \dots$

Aucun entier naturel n'a 0 pour successeur.

Deux entiers naturels ayant le même successeur sont égaux.

Si un ensemble d'entiers naturels contient 0 et contient le successeur de chacun de ses éléments, alors cet ensemble est égal à \mathbb{N} .

Deux aspects de l'enseignement

Ce qui relève du système des signes

La numération orale
Les premiers noms de nombres leur succession
La régularité
La numération écrite
Décimale, de position
Les unités de numération
Correspondance entre chiffres et noms des nombres
Les symboles $+$ $=$
La droite graduée
« Le conditionnement »

Ce qui relève du concept

Le sens du nombre
La quantité
Le dénombrement
La décomposition
La comparaison
La transformation
La mesure
Les opérations
Les problèmes

Résoudre des problèmes est le sens de l'activité mathématique.

Qu'est-ce que la numération ?

Un mode de représentation des nombres

- **La numération occidentale chiffrée** (numération écrite dite « arabe » ou « indo-arabe ») repose sur deux principes :
 - principe **décimal** : réitération de groupements par dix
 - principe **positionnel** : on utilise à l'écrit 10 signes pour écrire tous les nombres. **La signification d'un chiffre dépend de sa position dans l'écriture du nombre.**

numération orale - numération écrite

Deux numérations se côtoient.

La numération orale, (mots-nombres) aspect ordinal en jeu
Mettre l'accent sur les régularités.

La numération écrite: (chiffrée) aspect cardinal du nombre
la construire et non la décrypter comme une traduction de l'oral

- *Faire le lien avec la file numérique*
- Préparer l'enseignement de la signification des chiffres

Travailler la numération

Etablir le lien entre le concept et ses représentations formes langagières
et non langagières

Ce qui relève d'un système de signe

la numération orale

Des spécificités à mettre en évidence avec les élèves...

Le travail sur la langue

Mettre l'accent sur les régularités

- *Les nombres de dix à dix neuf: onze, douze, treize...*
- les noms des dizaines ont des constructions différentes :
 - vingt, trente : des mots nouveaux
 - soixante-dix a une structure additive : $60 + 10$
 - quatre-vingts a une structure multiplicative : 4×20
 - quatre-vingt-dix a une structure multiplicative et additive: $4 \times 20 + 10$
- Des conseils :
 - Etudier simultanément les nombres de 60 à 79 pour mettre en évidence que lorsqu'on entend soixante le nombre peut aussi bien commencer par un 6 ou un 7 ;
 - Idem avec les nombres de 80 à 99.

Ce qui relève d'un système de signes

La numération écrite

- On va plus loin et plus vite avec **la numération écrite...**
- On prend conscience de la régularité de la suite des nombres (numération chiffrée) dès la GS de maternelle et le CP : le tableau des nombres (ou château des nombres – ERMEL) , spirales des nombres ...
- On peut écrire le nombre suivant sans avoir la nécessité de savoir le lire : 123456788 puis 123456789 puis 123456790...

Numération de position

- **Le principe de position : 2 n'a pas la même valeur dans les nombres 233 et 323 ; sa valeur dépend de sa position dans l'écriture du nombre :**
 - dans 233, le 2 vaut 2 centaines donc 200,
 - Dans 323, le 2 vaut 2 dizaines donc 20.
- **Le principe du rapport de dix entre les différentes unités : la valeur d'un chiffre est dix fois plus petite que celle du chiffre écrit immédiatement à sa gauche et dix fois plus grande que celle du chiffre qui est écrit immédiatement à sa droite, ainsi**
 - dans 233, le 2 vaut 2 centaines donc 20 dizaines,
 - dans 323, le 2 vaut 2 dizaines donc 20 unités.

Numération de position

Attribution d'une couleur pour chacune des unités de numération

c d u

- **325** peut s'écrire **3 2 5** mais aussi **2 5 3**

On pourrait donc écrire « **3 2 5 = 2 5 3** »

L'utilisation de couleurs pour distinguer les unités de numération ne permet pas de construire la numération de position

Ce qui relève du concept de nombre

Enseigner la quantité

- **Décomposer une collection**

En répondre à un problème et construire la notion d'équivalence, donner du sens à l'égalité.

EX: Transport d'une grande quantité d'œufs dans des boîtes de six alvéoles

Travail de l'équipotence (terme à terme) donc de l'égalité (conversion de registre)



Quel peut être le problème posé?



Le dénombrement

Dénombrer c'est trouver la quantité de

A l'oral

Le comptage:

**compter c'est réciter la comptine
numérique**

Utiliser les mots nombres

On compte un par un

Deux par deux

Trois par trois...

**⇒ Compétence d'énumération, ne pas
en oublier**

***On peut dénombrer une quantité dont
on ne sait pas encore lire le cardinal.***

A l'écrit

**On peut reconnaître le nombre par
la reconnaissance des dizaines**

***On peut écrire la quantité sans
connaître l'oral.***

**Les deux ne s'opposent
pas.**

La comparaison

Comparer rapidement le cardinal de deux collections non organisées

- \Rightarrow *Le groupement donne la solution au problème*

Problème de comparaison

- ***Alain a 23 billes, Alain a 9 billes de plus que Léa. Combien Léa a-t-elle de billes?***
- Attention aux raisonnements heuristiques
- Vocabulaire et syntaxe spécifiques à la comparaison
 - *A plus que, moins que, est plus grand que, moins grand que, écart, différence*
- Reformulation
 - *Alain a 9 billes de plus que Léa*
 - *Léa a 9 billes de moins que Alain.*

La transformation

- Le problème de transformation fait appel à différentes procédures de résolution qui peuvent être schématisées.
- Avant la récréation, Kévin a 21 billes, il en gagne 13, combien en a-t-il après la récréation?
- Après avoir gagné 8 billes en jouant à la récréation, Kévin a maintenant 21 billes. Combien en avait-il avant de jouer?
- Les problèmes de transformation s'appuient sur la compréhension du contexte et le calcul.

Les opérations

Travailler le calcul permet de renforcer la numération.

- Le calcul mental fait appel à différentes propriétés des nombres et des opérations.
- Le calcul posé fait appel à la numération décimale positionnelle.

La résolution du problème

■ Variété des problèmes proposés :

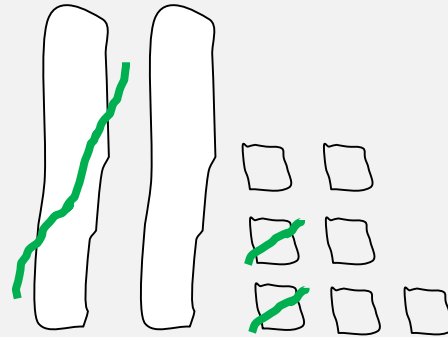
- jouer sur le type de problèmes :
 - problèmes de recherche du tout ou d'une partie ;
 - problèmes de transformation ;
 - problèmes de comparaison ;
- jouer sur les nombres en jeu ;
 - travail sur la numération, avec des nombres plus simples au début puis progressivement des travaux où il faut travailler sur les différentes unités de numération ;
 - travail sur le calcul, apparition de retenues, utilisation de tables moins connues, etc. ;

Léa à 22 billes. Adèle a 13 billes.
Combien ont-elles de billes en tout ?

Matéo a 20 billes.
Sara en a 10 de plus que lui.
Combien les deux enfants ont-ils de billes en tout ?

La résolution du problème

Kevin avait 27 jetons ; il en a donné 12 à Agathe.
Combien de jetons a Kevin maintenant ?



$$(27 ; 12) \rightarrow (123 ; 47)$$

123

jetons qu'avait Kevin



jetons donnés à Agathe

ce qui reste à Kevin

La résolution de problème

Némo veut faire un collier pour sa maman.

Mila dit : « Il te faut 40 perles pour que le collier ait la bonne longueur ! »

Némo prend 10 perles roses, 10 perles bleues, 10 perles orange et 5 perles vertes.

Némo peut-il finir son collier ?

Source : Les mathématiques en classe de cycle 2, un travail
d'équipe avec Stella Baruk
DGESCO-Canopé

Problèmes prenant appui sur les quantités, les rangs et les grandeurs.

- Dénombrer des quantités
- Mesurer une grandeur
- Repérer un rang dans une liste
- Comparer les quantités, les grandeurs
- Construire des collections de quantités données
- Prévoir des résultats d'actions portant sur des quantités ou des grandeurs

Le concept de
NOMBRE

Relations internes aux nombres :

- Itération de l'unité
- Décomposer/recomposer les nombres activement en utilisant les unités de numération
- Itérer une suite (+1, +10, +n)

Représentations symboliques

- Ecritures chiffrées(numération décimale de position)
- Ecriture en ligne additives, soustractives, mixtes, en unités de numération
- Représentation sur une droite graduée.

Progressivité des apprentissages

- Grande hétérogénéité des élèves au CP.

Enseigner le nombre au cycle 2



Que s'est-il passé avant ?
Quelles spécificités ?
Que se passera-t-il après ?



Que s'est-il passé avant ?

Vigilance :

Place omniprésente des représentations

Peu d'abstraction

Peu d'appui sur le langage naturel seul

Très peu de résolution de problèmes



Que s'est-il passé avant ?

Apprentissage de la comptine

Reconnaissance des signes et leur désignation orale

Association de représentations dans différents registres

Usage social du nombre (numéro, calendrier, présents du matin...)

Énumération

Dénombrement de collections

Somme de cardinaux de deux collections

Différence de cardinaux de deux collections

Résoudre un problème

4. Construire les premiers outils pour structurer sa pensée

4.1. Découvrir les nombres et leurs utilisations

Depuis leur naissance, les enfants ont une intuition des grandeurs qui leur permet de comparer et d'évaluer de manière approximative les longueurs (les tailles), les volumes, mais aussi les collections d'objets divers (« il y en a beaucoup », « pas beaucoup »...). À leur arrivée à l'école maternelle, ils discriminent les petites quantités, un deux et trois, notamment lorsqu'elles forment des configurations culturellement connues (dominos, dés). Ils savent énoncer les débuts de la suite numérique, cette récitation ne traduit pas une véritable compréhension des quantités et des nombres.

L'école maternelle doit conduire progressivement chacun à comprendre que les nombres servent à exprimer des quantités (usage cardinal) et à exprimer un rang ou un ordre (usage ordinal). Cet apprentissage se fait à travers des activités numériques.

Résoudre un problème

Résoudre un problème → rencontrer les nombres dans leurs utilisations



Résoudre un problème

Résoudre un problème

Rencontrer les nombres dans leurs utilisations



Usage social (partagé entre la famille, l'école et tous les environnements de l'enfant)

Un usage mathématique dévolu à l'école

→ premier questionnement pour structurer sa pensée

Que se passera-t-il après ?



Rencontre avec de nouveaux nombres

→ Résolution de problèmes et sens des opérations

→ Acquisition de techniques opératoires

Que se passera-t-il après ?

Quel est le plus grand nombre que l'on peut écrire en utilisant trois de ces signes ?

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

Que se passera-t-il après ?

En cycle 2 :

999

Et après :

9^9

Programmation des apprentissages

Ne pas sous-estimer les connaissances et compétences initiales des élèves à leur arrivée en CP et penser à les réactualiser et les utiliser très rapidement, en particulier :

- *Comptine numérique jusqu'à 30*
- *Aspect ordinal et cardinal*
- *Reconnaissance de petites quantités (constellations, organisation spatiales des collections jusqu'à 10)*
- *Enumération / Dénombrement de petites quantités*

Les connaissances intuitives feront l'objet d'un apprentissage spécifique de la numération de position

Pour un enseignement explicite

- Consolidation des acquis de cycle 1
- Construction explicite du nombre noté 0
- Nécessité de désigner des nombres plus grands
- Construction explicite des décompositions additives des nombres
- Le mot plus, le signe +,
- le mot moins, le signe -,
- Construction explicite du sens de l'égalité, le signe =
- Des écritures différentes désignent le même nombre
- Construction explicite du système de numération de position décimale
- La multiplication, les mots: cent et mille
- Travail de la numération en appui sur la résolution de problèmes

Les manuels, les fichiers

Points de vigilance

- Une profusion sans auteurs spécialistes de la didactique des mathématiques (entre 2008 et 2015, 120 manuels publiés)
- Manuels organisés en niveau d'enseignement et non en cycles
- Espace variable accordé à la numération (de 37% à 67% en CE2)
- Une appropriation nécessaire de la méthode et de ses fondements

Les fichiers

- Le fichier oriente le travail de l'élève
- Un rythme uniforme imposé à tous qui ne laisse pas ou peu de place à la différenciation
- Le nombre d'exercices ou de problèmes est très limité.
- Peu de place aux traces de recherches.
- Les stratégies des élèves ou les stratégies expertes ne sont que rarement mentionnées explicitement.
- Ils ne laissent apparaître que la trace mathématiquement juste. Cela rend difficile l'observation des progrès des élèves.
- Aucun fil conducteur ne montre clairement le cheminement dans l'univers des mathématiques.
- Les rares structurations ne semblent pas être construites avec les élèves.

Les évaluations nationales (CE1)

Exercice 8

●	21
○	16
➔	79
➞	34
■	67
□	98
●	76
☁	83
♥	90
♡	100

Exercice 7

$$56 - 10 = 66 \quad 56 \quad 45 \quad 5610 \quad 46 \quad 10$$

$$21 + 53 = 2153 \quad 32 \quad 74 \quad 21 \quad 53 \quad 75$$

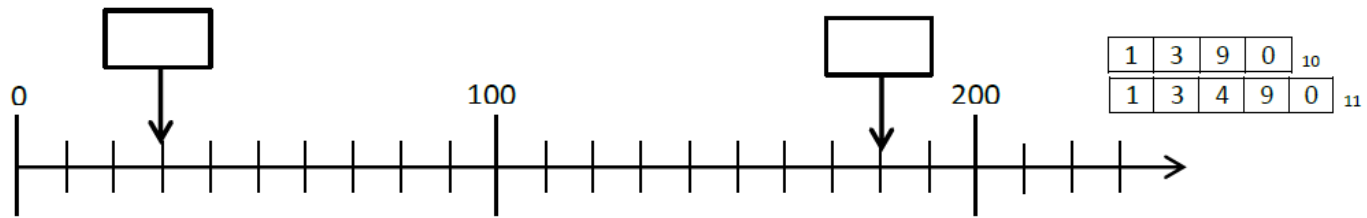
$$35 - 15 = 15 \quad 3515 \quad 21 \quad 50 \quad 20 \quad 35$$

$$70 + 30 = 110 \quad 100 \quad 30 \quad 70 \quad 40 \quad 7030$$

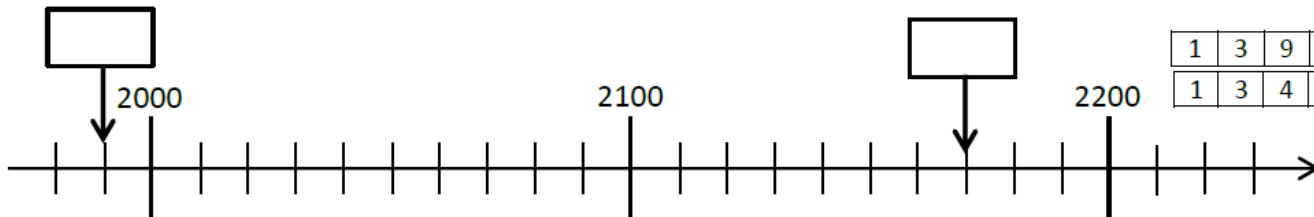
La numération - préconisations

Renforcer la place des demi-droites graduées tout au long du cycle 2.

Exercice 3 : Écris dans les cases les nombres correspondant aux points indiqués par les flèches.



1	3	9	0	₁₀	
1	3	4	9	0	₁₁



1	3	9	0	₁₂	
1	3	4	9	0	₁₃

Des évaluations nationales et des ressources



MATHÉMATIQUES

Évaluation en début de CP

Exercice n°6

Nombres et calcul Utiliser les nombres

COMPÉTENCE VISÉE

Être capable d'utiliser le nombre pour exprimer une position.

Activité : Remplir une position sur une ligne numérique pour entourer le nombre à placer sur cette position parmi 4 propositions.

POURQUOI CE TEST ?

L'idée que les nombres forment une ligne orientée de la gauche vers la droite est l'un des concepts les plus fondamentaux et les plus utiles en mathématiques. Chez l'adulte, le nombre et l'espace sont automatiquement associés dans les mêmes régions du cerveau, et le concept de « ligne numérique » facilite la compréhension de l'arithmétique : additionner, c'est se déplacer d'un certain nombre d'unités vers la droite, etc. La correspondance nombre-espace



MATHÉMATIQUES

Évaluation en début de CE1

Exercice n°7

Nombres et calculs Calculer (en ligne) avec des nombres entiers

COMPÉTENCE VISÉE

Être capable de calculer en ligne avec des nombres entiers.

Activité : calculer en ligne des additions ou des soustractions de deux nombres entiers puis



MATHÉMATIQUES

Évaluation en début de CP

Exercice n°1

Nombres et calculs Nommer, lire, écrire, représenter des nombres entiers



MATHÉMATIQUES

Évaluation en début de CP

Exercice n°2

Nombres et calculs Utiliser les nombres



MATHÉMATIQUES

Évaluation en début de CE1

Exercice n°2

Nombres et calculs Nommer, lire, écrire, représenter des



MATHÉMATIQUES

Évaluation en début de CE1

Exercice n°5

Nombres et calculs Résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul

COMPÉTENCE VISÉE

Être capable de résoudre des problèmes en utilisant des nombres entiers et le calcul.

Deux notes de service (avril 2018)

 <small>Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE</small>	MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE
---	--


Accueil > Le Bulletin officiel >
Enseignement supérieur et
recherche > spécial n°3 du 5
avril 2018

education.gouv.fr 


**spécial n°3
du 26 avril
2018**

**Enseignement du calcul : un enjeu majeur pour la maîtrise des principaux
éléments de mathématiques à l'école primaire**

NOR : MENE1809042N
note de service n° 2018-051 du 25-4-2018
MEN - DGESCO A1

 <small>Liberté • Égalité • Fraternité RÉPUBLIQUE FRANÇAISE</small>	MINISTÈRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE
---	--

Accueil > Le Bulletin officiel >
Enseignement supérieur et
recherche > spécial n°3 du 5
avril 2018

education.gouv.fr 

**spécial n°3
du 26 avril
2018**

La résolution de problèmes à l'école élémentaire

NOR : MENE1809043N
note de service n° 2018-052 du 25-4-2018
MEN - DGESCO A1

Gestes professionnels

- **Optimiser le temps pendant lequel les élèves font effectivement des mathématiques** pendant chaque séance.
- Procéder à un enseignement explicite.
- Mettre les élèves en posture de chercheur, lien avec les autres disciplines.
- S'appuyer sur la langue française au service des mathématiques.
- Faire le choix des outils, du matériel.
- Interroger la progressivité, le fichier.
- Gérer l'hétérogénéité.
- Repérer et comprendre les erreurs des élèves.
- Distinguer réussir et comprendre, faire et apprendre.
- Donner place à l'institutionnalisation, la trace écrite

Manipuler, verbaliser, abstraire.

Six compétences

Chercher

Modéliser

Représenter

Raisonner

Calculer

Communiquer

Préconisations

- Analyser le fichier, le manuel.
- Répertorier le matériel disponible dans sa classe, dans l'école.
- Se constituer une banque de matériel.
- Prendre connaissance des ressources Eduscol

Merci pour votre attention



Les outils de manipulation

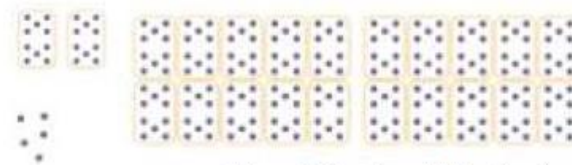
Synthèse des matériels analysés en atelier

- **Questionner les outils et artéfacts utilisés en classe**
 - Cubes, boîtes, abaquages, etc...
 - Le tableau des nombres
 - Les couleurs des chiffres

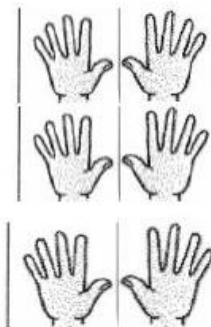
Matériel favorisant l'aspect groupement



Ermel CP



Cap Maths (Hatier)



16/10/2017

Méthode de Stella Baruk



Denis SOUMAN (ESPE de Lorraine)

Je m'exerce
 Combien de jetons Théo possède-t-il ? Complète.

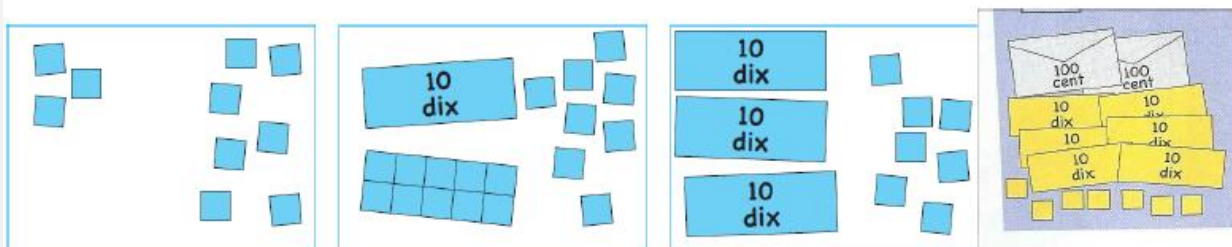
10	5
d	u
.....

Théo possède jetons, dizaines et

« Pour comprendre les maths »
 (Hachette)

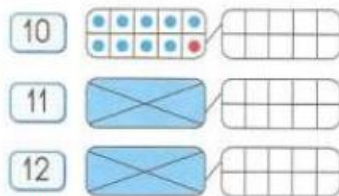
22

Matériel intermédiaire entre l'aspect groupement et l'aspect échange



Euro Maths CP et CE1

Clé des maths (Belin)



16/10/2017

Denis SOUMAN (ESPE de Lorraine)

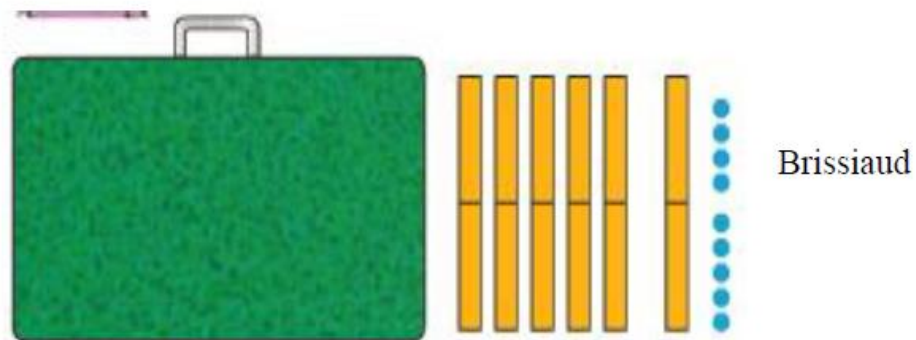


Picbille
et ses boîtes
de 10 jetons.

Brissiaud

23

Matériel favorisant l'aspect échange



- Les jetons de même taille avec une écriture symbolique en chiffres.
- La valeur est donnée par la couleur, la taille
- La monnaie (valeur donnée par la couleur, la taille et une écriture symbolique en chiffres



« Classe Maths
CE1 » (Sed)

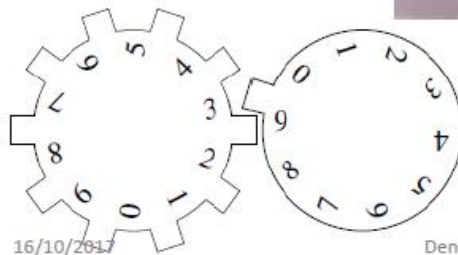
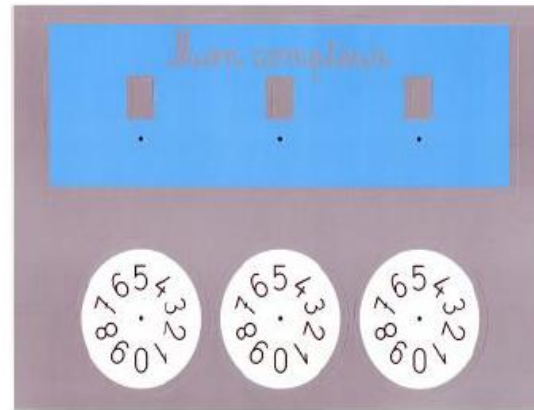
24

16/10/2017

Denis SOUMAN (ESPE de Lorraine)

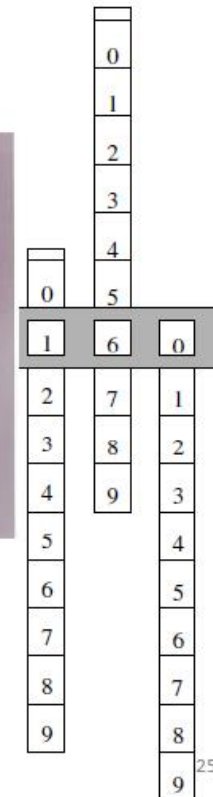
Matériel favorisant l'aspect algorithmique de la suite des écritures chiffrées (1)

- Bande numérique
- Calculatrice



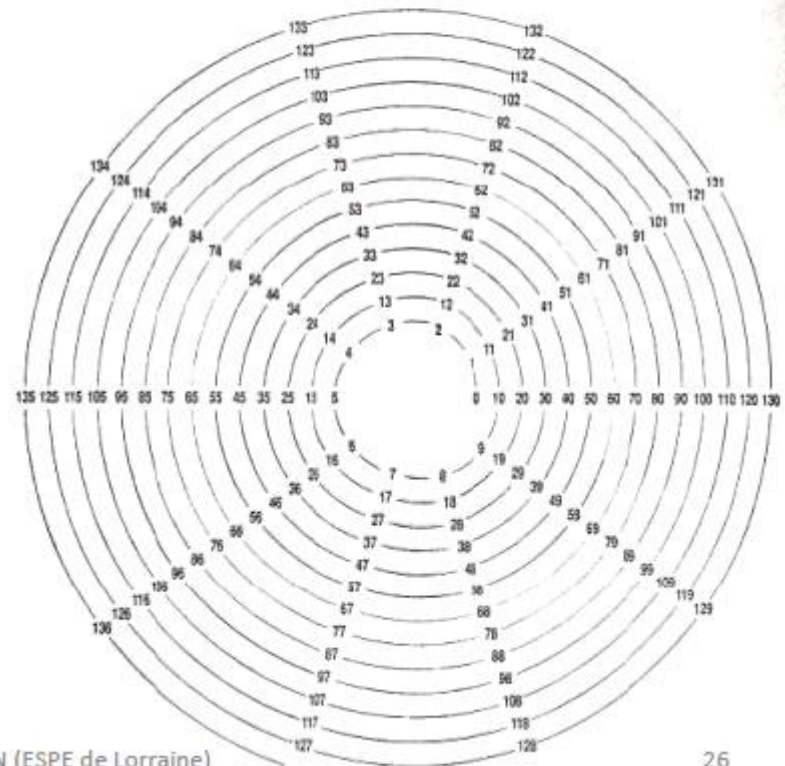
16/10/2017

Denis SOUMAN (ESPE de Lorraine)



Matériel favorisant l'aspect algorithmique de la suite écrite chiffrée (2)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99



**Manipulation et enseignement
des représentations
Travail à partir de la vidéo
« Le jeu de la centaine »**

Analyse de la vidéo

Zoom sur

- l'utilisation du matériel
- L'enjeu mathématique
 - L'abstraction