Annexe 1 : Planche à clous (Géoplan)

Le matériel est constitué d'une planchette sur laquelle sont plantés des clous ou des chevilles régulièrement disposés sur lesquels on tend quelques élastiques. On constitue avec ceux-ci des contours polygonaux.

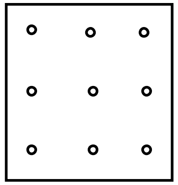
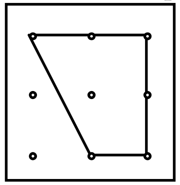
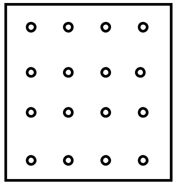
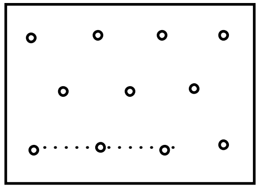





Fig.1 Fig.2 Fig.3 Fig.4

On peut envisager des planchettes à 9 clous (fig. 1 et 2), ou davantage (fig.3), ou des dispositions en quinconce (fig.4). On emploie en même temps des feuilles de papier “pointé”, sur lesquelles des points reproduisent (à la même échelle) la disposition des clous de la planche.

1. Catalogue de formes.

1.1 Répertorier sur une feuille de papier pointé tous les carrés et les rectangles que l'on peut obtenir sur une planche à 9 clous. L'opération de comparaison est la superposition (après découpage). On ne retient que les figures non superposables entre elles (par déplacement ou retournement).

1.2 Répertorier ensuite tous les triangles. Combien obtient-on de triangles différents ?

1.3 Trouver plusieurs critères permettant de classer ces triangles. Après les avoir désignés par des lettres (A, B, C,…), représenter le classement obtenu par un TABLEAU.

1.4 Peut-on obtenir des triangles équilatéraux ? des hexagones réguliers ? Et sur la planche de la figure 4 ? Quels polygones réguliers peut-on obtenir sur celle-ci ?

2. Démarche pédagogique.

On se situe au C.E.1. Décrire par quelle démarche on aborderait cette étude : quelle organisation de la classe ? quelles précautions à prendre ? quelle phase préparatoire ? quels mots à définir ? quelles conventions à prendre ? Imaginez-vous des problèmes qui pourraient se poser ?

3. Approche de la notion d'aire.

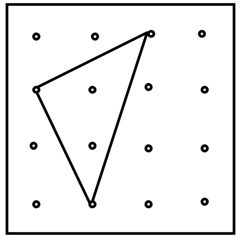
3.1 Montrer que tous les triangles obtenus peuvent être obtenus à partir d'assemblages de deux types de triangles seulement. Lesquels ? Dans la suite, ils seront appelés triangles de base A et B (A étant le triangle rectangle).

3.2 Exprimer la décomposition de tous les triangles en fonction de A et B (Exemple : si l'on peut décomposer le triangle C en deux triangles A, on écrit $C = A \oplus A$ etc). Donner également les décompositions des carrés et des parallélogrammes que l'on peut obtenir sur le Géoplan (à 9 clous).

3.3 Déduire de ce qui précède que A et B ont même aire.

3.4 La mesure de l'aire est le nombre d'unités contenues dans une surface. Ici, on prend A comme unité. Déduire de ce qui précède les mesures d'aire de tous les triangles, carrés, parallélogrammes précédents.

4. Sur une planche à 16 clous (ci-contre), déterminer la mesure de l'aire du triangle indiqué.
Déterminer un autre triangle de même mesure, un carré dont la mesure est 4; un carré dont la mesure est 10.



5. Formule de Pick.

Pour chaque triangle on appelle N le nombre de clous situés sur le pourtour et P le nombre de clous situés à l'intérieur (ainsi pour A : N=3 et P=0). Reporter dans le tableau qui suit les noms des figures étudiées jusqu'ici dans la case qui leur convient, ainsi que la mesure S de leur aire.

	N = 3	N = 4	N = 5	N = 6
p = 1				
AIRE				

	N = 3	N = 4	N = 5	N = 6
p = 0	**A, B**			
AIRE	**1**			

Que remarque-t-on concernant les triangles se trouvant dans une même case ?
Etablir une relation liant N, P, S.
Comment pourrait-on démontrer que cette relation est générale (pour les polygones convexes) ?

6. On appelle “quadrilatère croisé” la figure représentée ci-contre. Montrer que la relation obtenue précédemment ne peut lui être appliquée, et qu'il est nécessaire, pour calculer son aire de faire appel à un Théorème que l'on rappelera. Quelle est cette aire ?