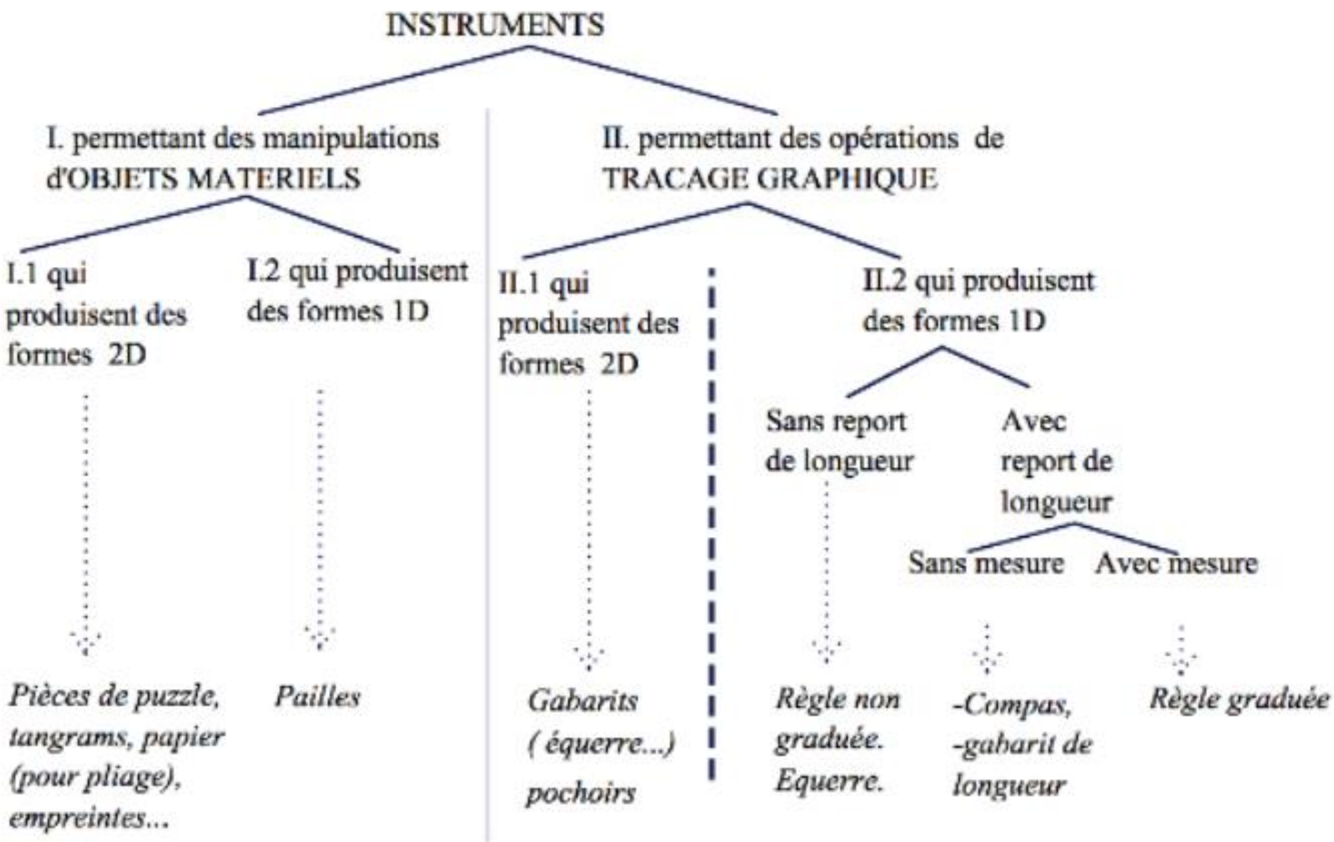
LA RESTAURATION DE FIGURES

Samuel PAGNIEZ – Référent Mathématiques de Circonscription – Sens 1

Instruments et concepts géométriques



Les instruments peuvent jouer un rôle essentiel dans le passage du contrôle des figures par la seule perception au contrôle par les énoncés à condition d'identifier leur fonction dans la représentation de propriétés géométriques.

Instrument	Fonction
Règle	Tracer des traits droits / Mesurer
Reporteur de longueur (bande papier)	reporter des longueurs
Médiateur de segments (bande papier)	Trouver le milieu d'un segment
Equerre	Tracer un angle droit
Calque / fausse équerre	Reporter un angle
Compas	Tracer des cercles / Reporter une distance

L'usage géométrique des instruments : objectif de verbalisation et d'institutionnalisation.

Pour placer la règle, il faut deux points ou un segment déjà tracé.

Le report d'une longueur se fait à partir d'un point sur une droite qu'on connaît déjà.

Pour obtenir le milieu d'un segment, on reporte un segment de même longueur sur une bande de papier avec un bord droit qu'on plie en faisant coïncider les deux extrémités ; on reporte la longueur moitié obtenue sur le segment, vers l'intérieur, à partir d'une des extrémités.

Pour poser l'équerre, il faut une droite sur laquelle on pose un côté de l'angle droit, on peut la faire glisser sur cette droite si l'on veut que l'autre côté de l'angle droit passe par un point donné.

Le compas a deux branches différentes : la pointe se pose sur le centre du cercle, la mine décrit un arc de cercle quand on tourne. Pour reporter un cercle, il faut repérer le centre et prendre l'écartement jusqu'à un point du bord.

On reporte un angle à partir d'une demi-droite qu'on a déjà : on reporte le sommet sur le point origine de la demi-droite et un côté sur la demi-droite qu'on a déjà et on reporte l'autre côté de part ou d'autre de cette demi-droite.

Qu'est-ce que la restauration de figures ?

C'est une reproduction de figure matérielle mais avec des contraintes particulières :
- Une **figure modèle** est donnée (en vraie grandeur ou non).
- Une partie de la figure à obtenir **(amorce)** est donnée soit par son tracé, soit par un instrument qui permet de reporter des informations de la figure initiale mais sans donner toute l'information.
- On dispose **d'instruments** variés qui ont un **coût d'utilisation** donné dans un barème.
- Le jeu consiste à restaurer la figure, c'est-à-dire compléter l'amorce pour retrouver la figure initiale, **au moindre coût** (on dépense le moins de points possible).
- Quand les élèves pensent avoir terminé, la **validation** se fait par superposition de la figure restaurée, disponible sur un transparent, sur la figure réalisée par l'élève.
- Une **comparaison des coûts** est menée en phase collective.

Variables didactiques sur les éléments du milieu : modèle (grandeur), amorce (grandeur, orientation, quantité d'éléments à restaurer), instruments à disposition et coût de chacun des instruments.

Le choix de la figure est une variable didactique qui permettra de travailler l'analyse géométrique.

Les instruments à la disposition des élèves sont une variable didactique des situations d'apprentissage qui va progressivement obliger l'élève à reconnaître la figure comme un assemblage de lignes.

Le changement d'échelle empêchera les translations et l'utilisation d'un gabarit de longueur.

Le changement d'orientation de l'amorce mettre l'accent sur les relations entre sous-éléments d'une même figure, mener les élèves à comprendre que deux figures peuvent être semblables bien que leurs orientations ne le soient pas.

Pourquoi donner un coût aux instruments ?

• En fonction du barème choisi, on peut favoriser l'utilisation d'un instrument plutôt qu'un autre.

• Il s'agit également de mettre en avant la multiplicité des procédures possibles.

• Lors du calcul du coût, l'élève doit retrouver le déroulement exact de sa procédure. On met ici en avant la nécessité de garder une trace des étapes de sa construction. Ainsi, la rédaction d'une ébauche de programme de construction prend alors tout son sens.

• La gomme est toujours gratuite : on souhaite montrer de cette façon aux élèves qu'en géométrie, il n'est pas interdit, voire souvent utile, de tracer des traits supplémentaires dans une figure pour l'analyser ou la construire (« traits de construction »).

APPORTS THÉORIQUES

Le regard sur les figures :

Le géomètre expert est capable, suivant les questions qu'il se pose, de changer de regard sur les figures, d'y voir des surfaces en même temps que des lignes et des points, d'imaginer et de définir de nouvelles lignes ou de nouveaux points à partir de ceux qui sont déjà définis. Ce n'est pas le cas d'un élève en cours d'apprentissage. L'objectif de l'enseignement de la géométrie à l'élémentaire est de sortir de la vision iconique, qui est un obstacle épistémologique pour accéder à la démonstration au collège, et passe par la déconstruction dimensionnelle de la figure pour atteindre une vision figurative. Pour accéder à cette déconstruction dimensionnelle, les élèves doivent se trouver dans une situation de résolutions de problème à partir de figures complexes. Or, ne nombreuses situations proposées sur dans les classes ou dans les manuels se limitent à des reproductions de figures simples.

L'activité de restauration de figures va nécessiter de construire les points nécessaires par intersection des lignes qui correspondent à la trame de la figure. La trame de la figure permet de porter un autre regard et favorise la déconstruction dimensionnelle.

Les travaux de Duval (2005), de Duval et Godin (2006) distinguent trois visions des figures suivant les regards qu'on est capable d'y porter :

- Dans une **vision « surfaces »** des figures, on voit un assemblage de figures simples, c'est-à-dire des surfaces juxtaposées ou superposées. Des lignes et des points peuvent apparaître mais les lignes sont seulement des bords de surfaces, les points sont des sommets de surfaces ou, en cas de superposition, des intersections de bords. On ne peut pas créer de nouvelles lignes sans déplacer de surface. Par exemple dans la Figure 1, on peut voir trois triangles juxtaposés ou deux triangles superposés dans un quadrilatère, leurs côtés, leurs sommets.

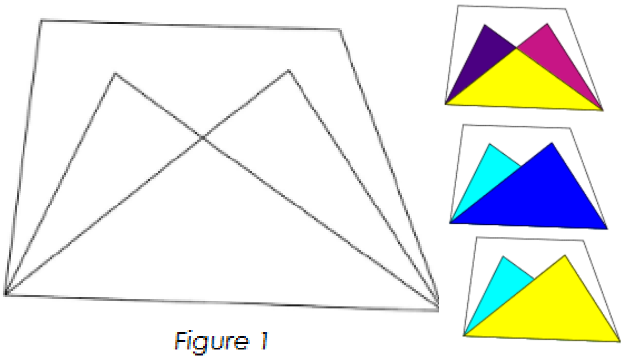


Figure 1

- Dans une **vision « lignes »** des figures, les lignes intérieures ont une existence propre. La figure est constituée de lignes qui peuvent se tracer avec des instruments : la règle non graduée pour les droites, les demi-droites (qu'on peut prolonger) et les segments ; le compas pour les cercles ou les arcs de cercles. Les points sont des extrémités de lignes ou des intersections de lignes déjà tracées. On peut tracer des segments (voire des demi-droites ou des droites) qui relient des points déjà présents. On ne peut pas créer de nouveaux points à partir de lignes qui ne sont pas tracées. Il peut rester difficile de prolonger des lignes pour définir des points dont le lien avec la figure n'est pas direct. Ainsi, sur l'exemple (Figure 2), on voit plus ou moins de droites-supports des côtés et il est difficile d'imaginer la possibilité de prolonger les côtés du quadrilatère pour obtenir leur point d'intersection. Il en est de même des côtés des triangles qui ne sont pas portés par les diagonales du quadrilatère (Figure 2).

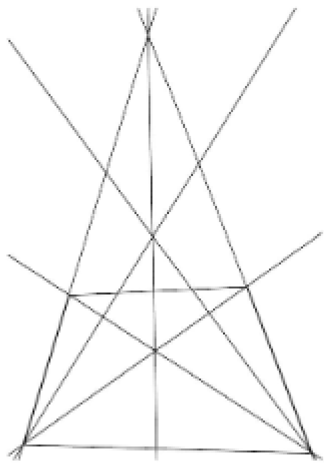


Figure 2

- Dans une **<u>vision « points »</u>** des figures, on peut créer des points par intersection de deux lignes qu'on trace à cet effet et les points peuvent définir des lignes : il faut deux points (ou un point et une direction) pour déterminer une droite, une demi-droite ; pour un segment, il faut deux points ou un point et une longueur sur une demi-droite déjà tracée ; il faut deux points pour déterminer un cercle (le centre et un point du cercle) ou un point et une longueur. Sur l'exemple (Figure 3), on peut identifier des points qui permettent de définir les lignes : la donnée de A, B, C, D (le quadrilatère) détermine E et F. Le choix de G sur (EF) détermine les petits triangles. 6

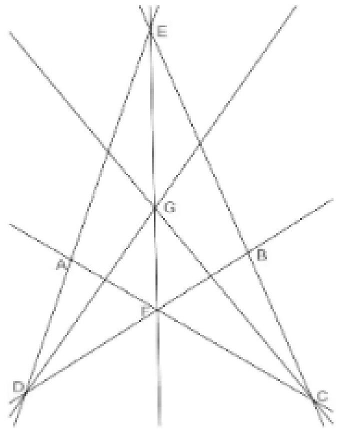


Figure 3

La vision « surfaces » est la vision première des figures ; l'apprentissage de la géométrie va permettre d'enrichir cette vision naturelle d'une vision « lignes » et d'une vision « points ».

<u>Les apprentissages visés dans la restauration de figure :</u>

La restauration de figures vise des apprentissages géométriques liés à la pratique des objets géométriques et de leurs relations comme :

- Une droite peut toujours se prolonger ;

- Il faut un segment ou deux points pour définir une droite ;

- Il faut un support rectiligne pour reporter une longueur à partir d'un point jusqu'à un autre point sinon il faut un compas qui donne tous les points à une distance fixée d'un point donné ;

- Il faut deux lignes qui se croisent pour déterminer un point.

La restauration d'une figure amène à enrichir cette figure avec des nouveaux tracés qu'on projette d'utiliser : ces éléments nouveaux doivent être reliés à ceux qu'on a déjà et à ceux qu'on cherche à obtenir. Elle contribue ainsi à augmenter l'épaisseur sémiotique de la figure qui devient porteuse d'informations qui ne sont pas visibles d'emblée, mais qu'il faut rechercher (on trouve de nouvelles relations entre les éléments présents, on identifie de nouveaux éléments pertinents).

Pour les figures classiques, celles qui ont un nom spécifique, elle contribue aussi à enrichir l'épaisseur sémiotique du vocabulaire : par exemple un carré, un rectangle sera progressivement porteur de relations de plus en plus nombreuses non seulement entre ses angles, sommets, côtés, mais aussi entre ses éléments et ceux de la figure enrichie : diagonales, axes de symétrie etc.

L'élève est amené à raisonner sur la différence entre deux figures (la figure modèle et l'amorce). Il doit analyser la figure modèle et identifier, au sein de cette figure, les sous-figures qui la composent et les propriétés qui la régissent. Il doit aussi analyser l'organisation des sous-figures entre elles, les relations qui existent entre différents objets géométriques, ce qui nécessite souvent la construction de sur-figures ou le prolongement de certains tracés. La présence de l'amorce permet de favoriser certaines procédures plutôt que d'autres en induisant une analyse particulière du modèle. L'activité de restauration favorise aussi une certaine « pause réflexive » ; travailler sur des figures à compléter pour limiter l’empressement des élèves à tracer sans prendre le temps de la réflexion sur la stratégie à adopter.

Le travail de restauration doit donner lieu à une institutionnalisation qui mettra en exergue des propriétés géométriques implicites que les élèves transcriront dans leur cahier. Ces savoirs implicites font défaut aux élèves et expliqueraient en partie les difficultés au collège. Au fur et à mesure de la construction, il apparaîtra des termes de géométrie qui viendront enrichir le vocabulaire et contribueront à l’établissement d’un corpus de référence pour l’élève et d’un corpus de données à analyser pour la recherche. Le fait d’effectuer des travaux sur plusieurs séances devrait permettre de constater si les élèves se servent du vocabulaire géométrique nouvellement acquis dans les activités et le réinvestissent.

La restauration comme initiation à la démonstration :

Reproduire ou restaurer une figure suppose de s'appuyer sur certaines propriétés pour réaliser une figure qui vérifiera d'autres propriétés, conséquences de celles-là. De même, dans la démonstration, on connaît certaines propriétés d'une figure et on cherche à en déduire d'autres, conséquences de celles-là. La restauration de figure complexe couplée à la variation d’instruments favorise la déconstruction dimensionnelle et mène au raisonnement déductif.

Proposer des situations ludiques pour combattre la démotivation :

Les activités géométriques doivent permettre de proposer des exercices pour lesquels chaque enfant sera en mesure d’être en situation de réussite.

1ère partie : les apprentissages de l’œil et de la main : apprendre à regarder des figures pour les voir et les reproduire.

L’observation de figure est en effet essentielle en géométrie : reconnaître des figures usuelles planes ou spatiales, les formes, les directions. Il existe de grandes disparités dans les classes ; certains « voient », d’autres non.

Ressources :

Marc Godin Marie-Jeanne Perrin-Glorian, Du tracé de figures aux concepts et énoncés géométriques, Laboratoire de didactique Andé Revuz, Université d’Artois.

William Lovric, Léo Millet. La restauration de figure complexe favorise la déconstruction dimensionnelle. Education. 2017.

Duval, R. & Godin, M. (2005). Les changements de regard nécessaires sur les figures. Grand N N°76

Perrin-Glorian, M.-J. & Keskessa, B. & Deplace, J.-R. (2007). Une démarche pour élaborer des situations visant à favoriser une mobilité du regard sur les figures de géométrie. Grand N N° 79, 33-60.

Favrat, J.-F. (1992). Traces aux instruments et raisonnements géométriques. Grand N N° 49, 11-35

Offre, B. & Perrin-Glorian, M.-J. & Verbaere, O. (2006). Usage des instruments et des propriétés géométriques en fin de CM2. Grand N N° 77, 7-36.

Bourbion, M. & Da Costa, B. & Jamart J.-F. & Pannetier, N. (2006). Papiers crayons... aborder la géométrie par le dessin de l’école au collège, IREM Paris-Nord.