

# **LA RÉOLUTION DE PROBLÈMES**

**ANALYSE DIDACTIQUE ET PÉDAGOGIQUE**

# CONSTAT

- Enquête TIMMS 2015 en fin de CMI :

*Une bouteille de jus de pomme coûte 1,87 zeds.*

*Une bouteille de jus d'orange coûte 3,29 zeds.*

*Julien a 4 zeds.*

*Combien de zeds Julien doit-il avoir en plus pour acheter les deux bouteilles ?*

*A. 1,06 zeds*

*B. 1,16 zeds*

*C. 5,06 zeds*

*D. 5,16 zeds*

FR : 42%

UE : 62/70%

Singapour : 79%

**Difficulté à résoudre des problèmes à plusieurs étapes**

# UN PROBLÈME...

ERMEL

« Il y a problème dès qu'il y a réellement quelque chose à **chercher**, que ce soit au niveau des données ou du traitement et **qu'il n'est pas possible de mettre en jeu la mémoire seule.** »

D. PERNOUD

« Est un problème, pour un élève donné, toute **situation** (réelle ou imaginaire) dans laquelle des **questions** sont posées, ces questions étant telles que **l'élève ne peut y répondre de manière immédiate.** »

G. BROUSSEAU

« il y a problème lorsqu'on peut apporter des réponses par des **raisonnements**. Il faut qu'il y ait quelque chose à **chercher** et qu'il ne soit **pas possible d'utiliser la mémoire seule.** »

# LA TÂCHE « RÉSOUDRE UN PROBLÈME »

**COMMUNIQUER** : comprendre l'énoncé.

**CHERCHER** : questions heuristiques : Y a-t-il un tout?

Une partie? Qu'est-ce que je cherche?

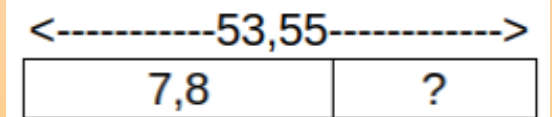
**RAISONNER** : Pour répondre aux questions heuristiques et reconnaître le modèle.

**REPRÉSENTER** : représentation en barres

Léa a 53,55€ dans son porte-monnaie. Elle achète un livre à 7,8 €.

Combien lui reste-t-il?

Modèle représenté en barres



construction du modèle

BOUCLE DE LA MODÉLISATION

Validation - contrôle

traitement mathématique

**RAISONNER** : réflexion sur la stratégie pour trouver un modèle, sur la procédure choisie, sur la vraisemblance du résultat,

Il lui reste 45,75 €

**COMMUNIQUER** : rédiger une phrase réponse.

**CALCULER** : soustraction posée en colonne  $53,55 - 7,8 =$

**RAISONNER** : Faits numériques.

# ANALYSE DIDACTIQUE

## COMMUNIQUER

Progressivité

- des énoncés avec un travail minimal sur la langue vers des énoncés complexes,
- de l'oral et des représentations figuratives vers le calcul et des articulations écrites simples (maternelle - cycle 2),
- des calculs sur des nombres connus à des calculs sur des nombres inconnus (pré-algébriques au primaire)

### Travailler sur les énoncés :

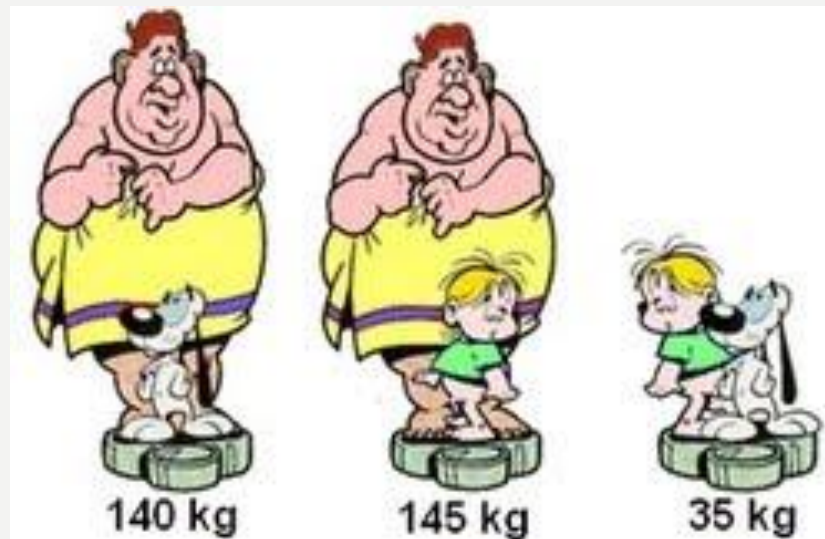
- Repérer les **difficultés linguistiques** de compréhension de l'énoncé.
- Proposer une **autre présentation** du problème réduisant au minimum les difficultés linguistiques mais conservant le même modèle mathématique et la même solution que dans la version initiale.
- Préciser **l'intérêt et les risques** de la proposition d'une autre présentation du problème.

# ANALYSE DIDACTIQUE

## COMMUNIQUER

Points de vigilance sur les énoncés :

- Les mots inducteurs : plus que, moins que...
- Les perturbations liées aux dessins.



# ANALYSE DIDACTIQUE

## CHERCHER

- Quelles questions en général pour aider à reconnaître un modèle ?
- Ces questions facilitent-elles l'utilisation d'une représentation plutôt qu'une autre ?

*Est-ce qu'il y a un tout?  
Est-ce qu'il y a un avant/après?  
Y a-t-il des parts?  
Qu'est ce que je cherche?*

Les narrations de recherche :



Un outil pour explorer « comment on trouve ».

# ANALYSE DIDACTIQUE

## REPRÉSENTER

Préciser quelques représentations **attendues** des élèves  
Développer une argumentation pour inciter à ces représentations.

Progressivité dans les représentations :



- verbale : avec des mots,
- concrète : avec des objets réels puis représentatifs (cubes),
- imagée : avec des schémas, dessins,
- abstraite : avec des chiffres et symboles.



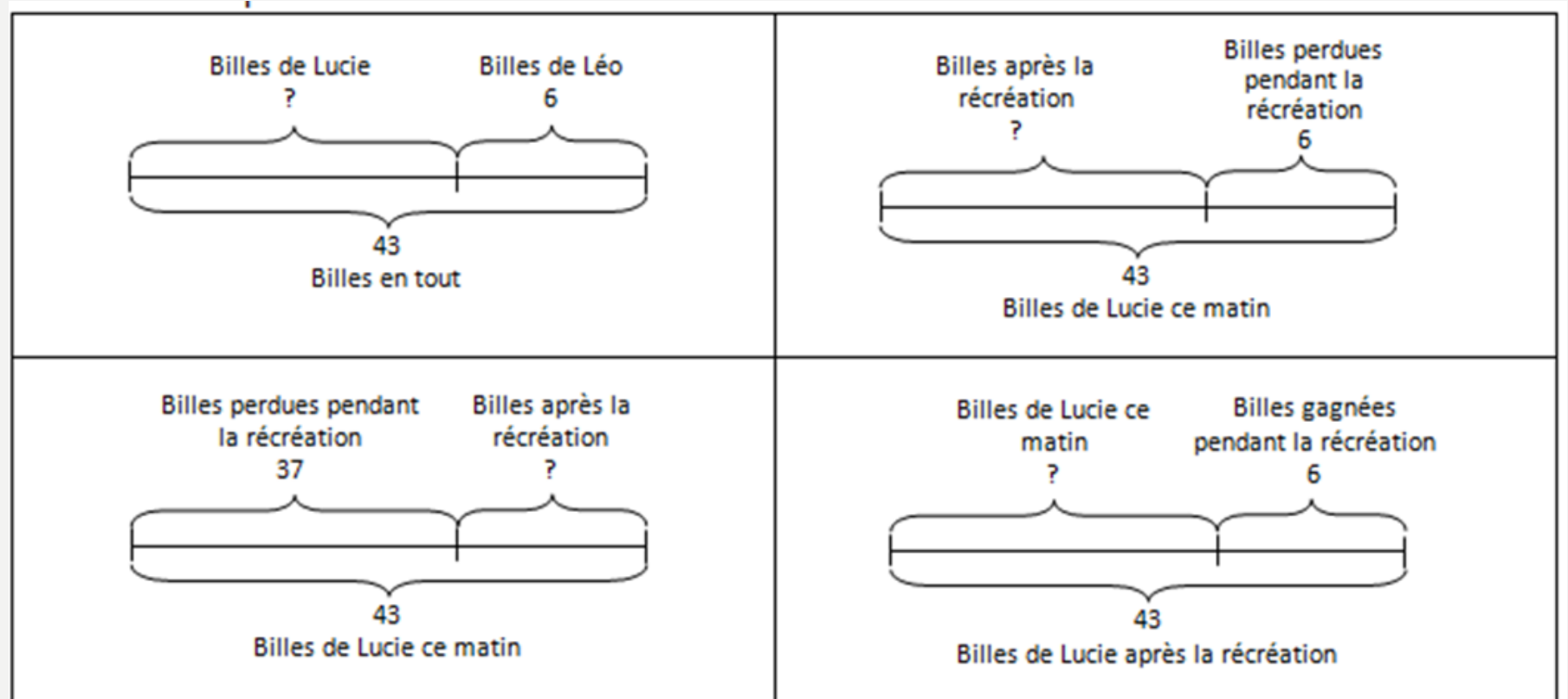
CONVERSION DE REGISTRE.



# STRUCTURER L'ENSEIGNEMENT

## SCHÉMATISATION ET MODÉLISATION

Objectif : réunir les problèmes dans des catégories aussi larges que possible en faisant des analogies.



# ANALYSE DIDACTIQUE

## MODÉLISER

Reconnaître les relations entre les données de l'énoncé pour les traduire en langage mathématique.

- quelles traces écrites attendre des élèves ?
- quel accompagnement oral ?
- quelle(s) aide(s) en cas de difficulté ?

VERS LA MODÉLISATION

RACONTER  
L'HISTOIRE

IMAGINER  
LA  
SITUATION

MIMER LA  
SITUATION

VIVRE LA  
SITUATION

REPRÉSENTER  
LA  
SITUATION

# ANALYSE DIDACTIQUE

## CALCULER

Traitement mathématiques du modèle.

- Traces écrites
- Procédures possibles
- Variables didactiques

# **ANALYSE DIDACTIQUE**

## **RAISONNER ET COMMUNIQUER**

Retour réflexif : validation et contrôle.

Rédiger une réponse à la question posée.

Situation de mise en commun : argumenter en faveur de son résultat (confrontation).

# STRUCTURER L'ENSEIGNEMENT

## PROGRESSIVITÉ

- **Dans les problèmes proposés :**

Additifs → Multiplicatifs      Élémentaire → Complexes      1 étapes → 2 ou 3 étapes

- **Dans une même catégorie de problèmes :**

Les nombres (taille et nature)      Aspect dynamique de la situation      Champ conceptuel

- *Léo et Lucie ont 43 billes à eux deux. Léo a 6 billes. Combien Lucie a-t-elle de billes ?*
- *Lucie avait 43 billes ce matin. Elle a perdu 6 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?*
- *Lucie avait 43 billes ce matin. Elle a perdu 37 billes pendant la récréation. Combien a-t-elle de billes maintenant ?*
- *Lucie a gagné 6 billes à la récréation. Maintenant elle a 43 billes. Combien de billes avait-elle avant la récréation ?*

# STRUCTURER L'ENSEIGNEMENT

## INSTITUTIONNALISATION

Construire des références communes et garder des traces :

Schématisation

Modélisation

Résolution par analogie

Je cherche...

combien il reste	une partie d'une collection	combien ça fait en tout	combien ça fait en tout	combien ça fait pour chacun	combien ça fait de groupes
$25 - 12 = ?$	$28 - 17 = ?$	$13 + 12 = ?$	$5 + 5 + 5 + 5 = ?$ ou $5 \times 4 = ?$	21	20
Il reste 13 billes.	Il y a 11 billes bleues.	Il y a 25 billes.	Il y a 20 billes.	Chacun a 7 billes.	On peut faire 4 sacs
→ SOUSTRACTION	→ SOUSTRACTION	→ ADDITION	→ MULTIPLICATION	→ DIVISION	→ DIVISION
A	B	C	D	E	F

# STRUCTURER L'ENSEIGNEMENT

## INSTITUTIONALISATION

Construire un lexique des mots inducteurs :

Contexte	Transformation positive	Transformation négative
Collection	gagner, ajouter, mettre, recevoir, ramasser	perdre, enlever, prendre, donner, distribuer
Achat, cadeau	gagner, recevoir, acheter	dépenser, offrir, vendre
Prix, mesures, croissance	augmenter, allonger, agrandir, grandir, grossir	diminuer, raccourcir, réduire, rapetisser, maigrir
Piste de jeu, bande numérique	avancer	reculer
Bus, train, parking	monter, entrer	descendre, sortir

Comparaison positive	Comparaison négative	Combinaison
de plus que, en plus	de moins que, en moins	partie/ tout

# STRUCTURER L'ENSEIGNEMENT

## PROGRESSION / PROGRAMMATION

Cohérence entre cycles :

- type de problème
- nombre d'étapes
- nombres en jeu
- type et difficulté des opérations

Harmonisation du type de représentation utilisé.



# MISE EN ŒUVRE

## PRÉSENTATION DU PROBLÈME

ORALE

ÉCRITE

texte, schémas, tableaux,  
illustrations...

MATÉRIEL

## TEMPS DE RECHERCHE PERSONNELLE / EN GROUPE

PHASE  
INDIVIDUELLE

ÉCHANGES

RAPPORTEUR

## MISE EN COMMUN, DÉBAT, VALIDATION

CONFRONTATION  
des différences

ÉCHANGES

VALIDATION  
par les pairs

## SYNTHÈSE

VALORISER  
les qualités

ANCRER  
les procédures

MÉMORISER

# MISE EN OEUVRE

## LE RÔLE DE L'ENSEIGNANT

- encourager la mise en recherche ;
- relancer le travail des élèves bloqués,
- inviter des élèves à utiliser les ressources à leur disposition;
- demander à des élèves ne trouvant pas la même chose de comparer leurs résultats et leurs procédures pour se mettre d'accord ;
- accompagner les élèves ayant des besoins spécifiques ou des difficultés particulières ;

# MISE EN OEUVRE

## DES PRATIQUES A QUESTIONNER

- recherche des informations inutiles,
- recherche des informations manquantes
- repérage des mots-clés
- identifier l'opération à effectuer

Quand on les analyse, **ce sont des tâches qui ne peuvent pas être faites sans résoudre le problème**, elles sont parties prenantes de la résolution, elles ne sont pas antérieures, ce que confirment les travaux de psychologie cognitive. (C. HOUDEMMENT)

# MISE EN OEUVRE

## DES PRATIQUES A RENFORCER

Privilégier un contexte familial

Faire raconter l'histoire du problème

Faire créer des problèmes

Guider les élèves dans les étapes de résolution

Faire beaucoup pratiquer en autonomie (10 pbs basiques / semaine)

Faire verbaliser et structurer les connaissances et procédures

# GÉRER LES DIFFICULTÉS

## DIFFICULTÉ à COMPRENDRE / REPRÉSENTER L'ÉNONCÉ

- Champ conceptuel de la vie de la classe, la vie quotidienne.
- Proposer des énoncés à l'oral.
- Les raconter avec ses propres mots.
- Les mimer.
- Utiliser du matériel pour représenter la situation.
- S'appuyer sur le dessin.

## DIFFICULTÉ à CALCULER

- Développer les habiletés calculatoires :
- mémorisation des faits numériques,
  - automatisation de procédures,
  - entraînement au calcul en ligne,
  - entraînement aux techniques opératoires
- Adapter les données numériques aux procédures attendues.

## DIFFICULTÉ à MODÉLISER

- Repérer et comprendre les mots inducteurs : construction d'un lexique.
- Identifier la catégorie à laquelle appartient le problème.
- Faire un schéma des données du problème.
- Comparer ce problème à celui du problème de référence. (affiche)

## DIFFICULTÉ à RETROUVER LES ÉTAPES

- Identifier les informations explicites ou implicites,
- Repérer l'ordre d'apparition des données : inverser les données permet parfois de faciliter le passage à l'opération.
- Trouver la / les questions intermédiaires.

# QUELQUES PISTES...

## CATÉGORISATION (Priolet, 2008)

Donner à résoudre plusieurs problèmes semblables (raisonnement, données numériques).

Relier les problèmes résolus et consigner dans un cahier structurant.

## LES VARIATIONS DE PROBLÈMES (Bartolini-Bussi, 2011)

Enjeu : apprendre aux élèves à voir dans la même situation, des façons différentes de combiner les nombres.

Donner aux élèves une série de problèmes ressemblants (même contexte, mêmes valeurs numériques), accompagnés de schémas de résolution.

Faire formuler les ressemblances, les différences.

# QUELQUES PISTES...

## MULTIPRÉSENTATION (NGUALA, 2005)

Proposer simultanément 3 problèmes ayant les mêmes caractéristiques, la même structure mathématique, les mêmes nombres, la même syntaxe, la même organisation énonciative, seuls les contextes varient.

Les résultats sont significativement meilleurs avec la multi-présentation (vs. présentation simple)

- champ conceptuel univers de l'élève,
- champ conceptuel vie de la classe,
- champ conceptuel vie courante.

# QUELQUES PISTES...

## MULTIPRÉSENTATION (NGUALA, 2005)

On pèse ensemble **un paquet de riz et 3 boîtes de raviolis** identiques : la balance indique **2785 g**. Le paquet de riz pèse **520 g**.  
Combien pèse une boîte de raviolis ?

On met bout à bout **une baguette bleue et 3 baguettes rouges** identiques : la longueur totale des quatre baguettes est **2785 mm**. La baguette bleue mesure **520 mm**.

Quelle est la longueur d'une baguette rouge ?

La mairie a acheté **une bibliothèque et 3 armoires** identiques pour l'école : le prix total des quatre meubles est de **2785 €**. La bibliothèque coûte **520 €**.  
Quel est le prix d'une armoire ?



# CONCLUSION

- Prendre appui sur les [repères de progression](#),
- Introduire les modèles de base assez tôt (dès le CP),
- des problèmes basiques pour construire des références (10/semaines),
- des problèmes complexes dès le début du cycle 2 ( 2 étapes),
- progression sur les calculs avec les fractions et pourcentages (C3),
- des problèmes pour chercher (atypiques) réguliers.
- une manière commune de représenter les types de problèmes