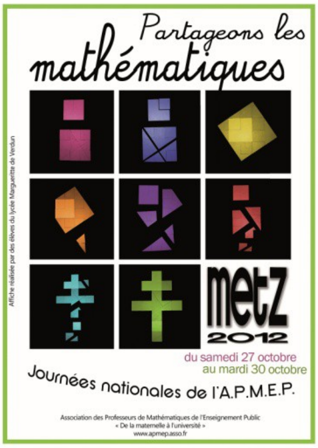

JOURNÉES NATIONALES A.P.M.E.P.
METZ
27-30 octobre 2012

Atelier P1-01

PARTAGE ET FRACTIONS : POURQUOI ÇA NE FONCTIONNE PAS AVEC LES ÉLÈVES ?

Jean TOROMANOFF

Le thème de ces journées nationales, c'est « Partageons les mathématiques ». Alors, je ne pouvais pas ne pas proposer cet atelier, car, justement, pour moi, l'une des raisons pour lesquelles les élèves ont du mal avec les fractions, c'est qu'on insiste trop sur le partage (à faire) quand on introduit ce concept en classe. En gros, je pourrais résumer ainsi : « Partageons les mathématiques, mais pas les pizzas ! ». Il faut que les élèves aient une idée claire de *ce qu'est* « un quart » *en mathématiques*, et non pas l'idée de « *couper* en quarts » une tarte (ou autre chose) …

Mais d'abord :

I. Réflexions théoriques (pour nous, enseignants) et constats sur les difficultés liées aux fractions

A) Les **notations** et leur oralisation

C'est sans doute la première des difficultés. La notation fractionnaire $\frac{a}{b}$ n'est pas "normale" : elle ne s'écrit pas de gauche à droite, mais de haut en bas (et même plutôt de bas en haut). En plus, elle fait penser aux deux autres notations différentes que sont a/b et a : b (sans compter $a \div b$, qui a hélas tendance à supplanter cette dernière alors qu'elle n'est pas vraiment équivalente !). Or ces trois notations ont trois sens différents ! Par exemple, si vous voyez écrit « ouvert 7/7 » (pour dire « 7 jours sur 7 »), vous ne pouvez évidemment pas remplacer « ouvert 7/7 » par : « ouvert 1 » !! Idem avec « 24h / 24 »...

Et les oralisations sont différentes : l'écriture $\frac{5}{6}$ se lit « cinq **sixièmes** » , l'écriture 5 / 6 se lit « cinq **sur** six », et 5 : 6 « cinq **divisé par** six ». La première signifie donc a priori « cinq *fois* (le nombre) **un** sixième », la deuxième implique qu'il y a *effectivement* ***6 objets***, et qu'on en "prend" 5 sur les 6 ; quant à la dernière, il s'agit de l'opération **division** effectuée sur les *nombres* 5 et 6. Ceci étant dit, cette distinction orale n'existe plus quand on passe à l'algèbre, où on ne dit jamais « x y$^{\text{ièmes}}$ », mais « x sur y » ! Je pense que c'est une erreur, au moins au début. Et, à ce propos, je constate que les enseignants font souvent beaucoup d'efforts avec les décimaux, pour ne pas dire trop vite « Trois virgule quatorze » (pour 3,14), mais bien dire « trois, un dixième et quatre centièmes », ou « trois et quatorze centièmes », mais qu'on ne pense jamais à dire « x y$^{\text{ièmes}}$ », ce qui pourtant permettrait aux élèves de bien comprendre pourquoi $y \times \frac{x}{y} = x$, *directement*, sans passer par $\frac{xy}{y}$!

À condition, bien sûr, d'avoir compris que **« y y$^{\text{ièmes}}$, ça fait 1 »** , ce qui est la base de la base (voir II).

B)

Les calculs avec des fractions sont très souvent vus comme « des formules à apprendre par cœur et à utiliser sans trop chercher à comprendre » :

Exemple $9\times\frac{5}{9}$: « Facile ! = $\frac{9\times5}{9}=\frac{45}{9}=\frac{9\times5}{9\times1}=5$ » … ce qui prouve bien que les élèves *ne comprennent pas* ce qu'est un neuvième … mais apprennent cinquante formules, qu'ils finissent par mélanger, évidemment !

C) Le cœur du problème : nombre **ou bien** écriture ?!

En réalité, c'est déjà une difficulté avec les entiers. Le *nombre* six, ce n'est pas « 6 » ! Voir le document « fractions et décimaux » sur eduscol.education[1], où ils insistent à juste titre sur l'utilisation de diverses écritures d'un même nombre (Par exemple, pour le nombre quatorze, les écritures : 6+8, double de 7, suivant de 13, 13+1 , une dizaine et 4 unités, 10+4 , … et pas seulement 14).

Mais l'écriture en numération décimale est tellement pratique que, finalement, même si on confond le nombre et "son" écriture, ça n'a guère de conséquences, et en tous cas aucune dans les calculs et encore moins dans la vie courante. Or il n'y a plus cette unicité d'écriture avec les rationnels, et finalement, $\frac{15}{20}$, est-ce le même nombre que $\frac{6}{8}$, et la "bonne" écriture de ce nombre, est-ce 0,75, ou plutôt 3/4 , ou … ? En fait, il n'y a *plus* de "bonne" écriture ! car avec 5/3 , ça ne marchera pas …

Et pour nous, enseignants, il est fondamental que nous décidions si, pour nous, la fraction est l'*écriture* (ce qu'on sous-entend quand on parle de fraction irréductible, de fractions *équivalentes* – plutôt que égales –, etc.), ou bien si la fraction, c'est le *nombre* (le rationnel). Chaque choix est possible (même si, personnellement, je préfère nettement le second), mais on ne peut pas passer constamment de l'un à l'autre – ce que font pourtant beaucoup de manuels scolaires –. En particulier, dans le second cas, il faut absolument que nous disions « **écriture fractionnaire** irréductible », et non « *fraction* irréductible » !

D) L'apparente symétrie entre numérateur et dénominateur.

La notation classique des fractions fait croire que, tout en n'étant pas interchangeables, les deux nombres ont un rôle similaire. Or le dénominateur est bien plus important que le numérateur, comme l'indiquent d'ailleurs ces mots eux-mêmes… Oui, mais ils sont tellement proches [en français] qu'ils ne font très souvent qu'ajouter à la confusion et donner du corps à cette fausse symétrie. Personnellement, je déplore qu'on utilise ces mots dès le départ. « Le nombre du haut » et « le nombre du bas » suffit pour s'exprimer, au début … surtout que mon conseil est … de *ne pas en mettre du tout* en haut (à part ce « 1 » qui veut dire « un », en fait. Là encore, la langue française, si riche par ailleurs, gêne beaucoup en ne distinguant pas « one » de « a », « eins » de « ein », « uno » de « un », etc. !). Par contre, une fois que les élèves ont *réellement compris* ce qu'est **un** « $y^{\text{ième}}$ », puis « **x** $y^{\text{ièmes}}$ », alors on peut utiliser les mots, l'étymologie, pour renforcer cette compréhension (comme toujours, en mathématiques, le vocabulaire ***ne devrait pas*** *précéder* le concept, mais intervenir *après* sa première irruption puis l'accompagner, lui permettant ainsi de se développer (et de communiquer clairement).

E) Le mot « fraction » dans le langage courant.

Dernier point qui crée des difficultés : les images liées au mot « fraction » (en français) qui ne sont jamais une aide pour comprendre ce qu'est une fraction mathématique. Dans le langage usuel, il a plusieurs sens différents, sans rapport avec le(s) sens mathématique(s).

Ainsi, voici sept exemples d'utilisations "courantes" de ce mot. J'ai d'ailleurs eu du mal à en trouver sept, car ce mot n'est pas si souvent employé, finalement ! Or, à part le f), évidemment [voire le b), quoique …], aucun n'en a le sens *mathématique*.

1 http://cache.media.eduscol.education.fr/file/Mathematiques/44/9/NombreCycle3_web_VD_227449.pdf pages 81 et suivantes

a) Il a gagné d'une fraction de seconde. [« tout petit *morceau* » : deux sources d'erreur]

b) Cette fraction n'est pas irréductible. [là, il s'agit plus d'***écriture*** que de *nombre* !]

c) Ça a provoqué le fractionnement du syndicat. [encore « morceaux »]

d) Ils l'ont reconnu à la fraction du pain. [ici, il s'agit de l'*action* de « mettre en morceaux »]

e) La ville a été reprise par la fraction rivale. [faute de français, mais révélatrice]

f) Je n'ai jamais su additionner correctement les fractions. [sans commentaires]

g) La fraction du bras est toujours douloureuse. [cette fois, ce n'est pas une faute de français, mais une distinction correcte, quoique peu usitée, entre l'*action* de rompre et l'*état* ***après*** la rupture (« fracture ») : d'ailleurs, la notion mathématique de fraction est plutôt du type « fracture » que du type « fraction » ! Ce qui rejoint une de mes convictions fondamentales : les *symboles* mathématiques sont toujours de l'ordre de l'*état*, et non de l'ordre de l'*action* - au sens grammatical de « verbes d'état » et « verbes d'action ».] Autrement dit, les symboles mathématiques (parenthèses, = , // , < , + , … , et ici —) sont *déclaratifs* et non *procéduraux*.

Bref, plus on essaye d'utiliser "les situations courantes" plus on risque d'empêcher les élèves de comprendre les fractions ***mathématiques*** – et de calculer facilement avec.

II. Ma Proposition pour l'introduction des fractions (au CM1)

A) Reprise de l'introduction "classique" des fractions, avec ses nombreux inconvénients :

On dessine une pizza coupée en quatre parts égales, et on en colorie trois, en disant : « **Voilà trois quarts** [de pizza] ». C'est justement ça qui *empêche* de *comprendre* vraiment les fractions (mathématiques, en tous cas), les utiliser et surtout savoir calculer avec …

1) D'abord parce qu'on parle de grandeurs, et de **grandeurs mélangées** !

Ici, on parle de *volume* (c'est ce qu'on mange ! Si la pizza était plate, ce serait dommage pour notre appétit !!), mais on raisonne en fait sur la surface (l'*aire*). On partage grâce aux *angles* (au fait, pourquoi 90° ? En tous cas, essayez de prendre des septièmes de pizza, et vous verrez que s'il ne s'agissait pas d'angles droits, on ne s'en sortirait pas), et beaucoup d'élèves y voient les quarts d'*heure* (sans parler des calories !!!) …

2) Ensuite parce que, ce faisant, on insiste sur l'**action** de « *couper* en parts ***égales*** », sur le *nombre* de parts prises, etc. On passe ainsi son temps à insister sur le fait que les parts doivent être bien **égales** (ce qui, mathématiquement, revient à passer du temps sur le fait que, « attention : ¼ = ¼ = ¼ = ¼ » !! … mais pas sur ce qu'EST ¼ !!) et sur un tout autre problème : *comment* ***faire*** pour arriver à « bien **couper** en parts égales ». Et même si ce problème est un problème mathématique intéressant, qui conduit à l'utilisation d'un guide-âne, par exemple, et permet de faire des activités riches **ça n'aide PAS les élèves à COMPRENDRE la *fraction* comme objet mathématique**, au départ en tous cas. Ça leur fait *voir* une *modélisation* des fractions. Mais ils n'arriveront pas mieux à **calculer** avec.

3) En plus, cette image des trois quarts de pizza n'explique rien d'*autre* que ce qu'on a **déjà** (bien, ou plutôt mal !!) compris : tout le monde sait ce qu'est *les trois quarts d'un verre*, les *deux tiers d'une tablette* de chocolat, un *demi-pain*, etc. : pas besoin d'enseignement pour ça ! Et ça renforce cette malheureuse conviction qu'une fraction, c'est un *morceau* [et pas un nombre] ! Et effectivement, on ne *montre* que des *morceaux* "concrets", jamais des *nombres*.

Alors que faire ?? **Distinguer deux temps** bien distincts dans l'introduction des fractions, dans leur première rencontre, dirait Chevallard. Et ne pas aller trop loin au CM1.

B) Un premier temps qui n'a pour but que de **<u>justifier</u> la *nécessité*** de nombres ***non entiers*** :

Et pour cela la situation des segments à mesurer avec une bande-unité (cf ERMEL) est très très bien. On fait émerger tous les vocabulaires, notations, expressions (comme « deux et demi » …) connus des élèves … **mais on ne va pas les institutionnaliser à ce moment-là** ! On va seulement retenir les **notations ½** (et **¼** …), avec seulement 1 « en haut », le fait que **2 *fois* ½, ça fait 1**, 4 fois ¼ , ça fait 1 aussi (etc.), et à peine le fait que **¾ = 3 *fois* ¼**.

En effet, que se passe-t-il si on dit à un enfant : « Tu as vu les trois hélicoptères ? » … et qu'il n'a pas du tout l'air de comprendre de quoi on parle ? … Eh bien, il dit : « C'est quoi UN hélicoptère ? » … et pas : « C'est quoi TROIS hélicoptères ? ». De même, ce qu'il faut faire comprendre aux élèves de CM1, ce n'est pas ce que signifie « 3/5 », mais ce que signifie « 1/5 », ou plutôt *UN cinquième* …

Ainsi, on *pourra ensuite* s'appuyer sur le langage, mais d'une autre manière : « Trois quarts, eh bien c'est trois … QUARTS !! » Tout le problème est de bien définir ce qu'est **un** quart, car, après, il n'y a quasiment plus aucune difficulté ! [cf. C) et III]. D'ailleurs, en agissant ainsi, on en revient aux mathématiques : une fraction, ça se *définit* par le PRODUIT d'un nombre et de l'INVERSE d'un autre. Et c'est la notion d'**inverse** qui est difficile. Par contre, une fois cette notion "acceptée" (et ça peut prendre un certain temps), il n'y a quasiment plus aucune difficulté, je le répète, et j'en donnerai des "preuves" après.

Une fois cette première "première rencontre" faite, il faut changer totalement de point de vue, et ne garder "que" le fait que les quarts, les huitièmes, etc. nous ont été nécessaires, c'est tout. Désormais, lors du second temps on ne donnera plus que des « $n^{\text{ièmes}}$ » "tout faits". <u>On ne les fera plus construire</u> aux élèves.

C) Second temps : **définir** explicitement ("abstraitement") **« un $y^{\text{ième}}$ »** par le *slogan* : **« Un $y^{\text{ième}}$, c'est quand il en faut y pour (ré)obtenir '*UN*' »**.

(Qu'il ne faudra pas hésiter à répéter cent, mille fois dans l'année ! Bien sûr jamais avec « y », mais avec 8, avec 5, avec 6, avec 3, avec 4, avec 2, avec 5 , avec 10, avec 100 …)

Comment ? Mais en dessinant des « fractions de pizza », **<u>à la condition</u>** <u>que ce soit pour</u> <u>*rappeler*</u> : « il en faut *tant* **pour faire 1** ». Et donc "**avec <u>une seule</u> 'part'** d'abord" (que cette part soit un quart, un cinquième, un sixième … a peu d'importance – voir le "camembert bien élevé" ci-dessous - !). Et on fait bien mémoriser cette *image* comme image mentale, et non mémoriser l'*action* de partager. On demande aux élèves : « Cette part, c'est *combien* de tarte ? ...1/**5** ... Et pourquoi ? … Parce qu'il faut **5** parts comme celle-ci pour faire 1 tarte. » Et on accompagne ce discours du "déplacement" de la part sur quatre autres emplacements, <u>non précédemment découpés</u>, qui montre bien qu'**avec cinq fois, on retrouve 1** .

D) Ne faire appel qu'à la **multiplication** (ou l'addition réitérée), <u>jamais</u> [au début, bien sûr] à la division, à l'action concrète du partage (juste le *contexte* évoqué, une fois le partage fait).

J'illustre ce propos par deux situations parlantes :

1) Les quarts d'heure :

C'est bien l'archétype du quart, non ? Eh bien, un quart d'heure, est-ce une heure *divisée en quatre parts **égales*** [et comment pourrait-on le faire ?!], ou n'est-ce pas plutôt quand on met « quatre quarts d'heure à la suite » … qu'on obtient une heure ?

Autrement dit, un quart d'heure, c'est 15 minutes [tout le monde le sait !!], mais **pas** « parce que **1h : 4** = 60 min : 4 = 15 min » (!!), mais bien parce que **4 x 15 min** = 60 min = 1h » : c'est quand-même bien plus facile, non ? Et "faisable", concrètement.

2) Le camembert bien élevé :

Imaginez que vous êtes invité à dîner, et, au fromage, on vous présente un camembert. Vous savez qu'on se sert habituellement un huitième de camembert. Vous avez le choix :

- ou bien vous marquez sur le camembert quatre diamètres (à 45° les uns des autres), puis vous prenez un des huitièmes ainsi obtenu … mais c'est très mal élevé (et un peu dégoûtant !!). Là, vous auriez bien *divisé* en 8 , *effectué* le partage.

- ou bien vous évaluez le huitième "à l'œil", vous coupez, puis vous constatez … que vous avez été un peu généreux (pour vous), car, visiblement, on ne pourra faire au total que 7 parts comme la vôtre : vous *constatez* que vous avez pris un septième, *par multiplication*, et non par division [ou, au contraire, que vous avez bien pris un huitième, car **en en prenant huit comme ça, ça fait 1** camembert !!]. Et c'est quand-même mieux élevé !!

En fait, toutes les illustrations, exemples concrets, etc., habituels peuvent être utilisés, aux deux conditions 1) ne prendre <u>d'abord</u> **que** les fractions unaires (ou égyptiennes, ou unitaires, ou … en fait, les **inverses d'entiers**) et 2) changer le commentaire "qui va avec", qui les accompagnent habituellement. Ne pas parler de partage, de division, ou autre, mais de « combien de fois il faut prendre le même pour obtenir 1 ».

Car, ce qu'il faut que les élèves retiennent, c'est juste les deux choses suivantes :

1) « Un *cinq*uième, c'est quoi ? … C'est qu'il en faut *cinq* **pour FAIRE UN** ».

2) « Sept cinquièmes, c'est quoi ? … eh bien, c'est sept … cinquièmes » (!!). (Cette seconde est beaucoup plus simple !)

La <u>seule</u> difficulté est bien de comprendre ce qu'EST un cinquième.

Et ne pas hésiter à le faire répéter <u>dès qu'il y a une difficulté</u> avec une fraction (27/8 , par exemple), demander : « Ça veut dire quoi, 27/8 ? 27… huitièmes. Ah ! Et *un* huitième, c'est quoi ?? Ah oui, il en faut huit pour obtenir 1 ! »).

Car si c'est pour que l'élève se dise « attention, il faut *bien **couper***, et que *toutes* les *parts* soient ***égales*** », là, c'est catastrophique, je le redis fortement, c'est ça qui bloque tout progrès ultérieur. En effet, insister sur l'*égalité* des *parts*, c'est insister sur le fait que 1/n = 1/n !! Et insister sur le *découpage* (les parts, la "division"), c'est insister sur l'*opération* ; *l'action*, comme je l'ai déjà dit. Or, pour les symboles mathématiques, il faut insister sur l'***état***. D'autre part, ça empêche de voir qu'une fraction peut être supérieure à 1. Et rendre difficile toute opération sur les fractions (pour faire 3/5 + 1/5, ça va encore, mais plus avec 3/5 + 4/5, et on ne comprend pas pourquoi 3/5 + 4/3 « ne fait pas 7/8 ou quelque chose du genre », alors que tout enfant sait que « 3 hélicoptères plus 4 fusées », ça ne fait pas « 7 hélico-fusées » !! …

III. Et alors la plupart des difficultés rencontrées par les élèves sur les fractions disparaissent !

A) Fractions supérieures (ou inférieures) à 1 :

Quand je pense qu'on fait apprendre par cœur le théorème « Une fraction est plus petite que 1 si, et seulement si, son numérateur [c'est lequel, au fait : celui du haut, ou celui du bas ?] est plus petit que son numérateur », alors que si on a *compris* ce que représente une fraction, en mathématiques, il est clair que 3/5 < 1 « puisque des cinquièmes, il en faut 5 pour faire 1 , alors que là, il n'y en a que 3 ; et comme 3 < 5 – et là, plus besoin de numérateur et dénominateur !– , eh bien 3/5 , ça fait pas 1 ! ».

Quant à la fameuse formule **23/23 = 1** , eh bien, on la sait déjà (quand on a déjà répété cent fois « Un vingt-troisième, il en faut 23 pour faire 1 », on sait bien que « vingt-trois vingt-troisièmes font 1 » !!! ...). Ne surtout pas insister sur le fait que « quand on *découpe* en vingt-trois *parts* et qu'on en prend vingt-trois [vachement utile !], ça revient à prendre le gâteau *tout entier* [en plus, il faut identifier le « entier » avec « un »] !!

Et, même chose, il est évident (mais si !) que 7/5 > 1 … et ce n'est plus si difficile de voir que 2 < 13/5 < 3 : il suffit de « savoir ses tables » et de *voir* que 10 < 13 < 15 , donc 2 fois 5 cinquièmes (c'est-à-dire 2 x 1) c'est plus que 13/5 , et c'est moins que 3 fois 5 cinquièmes (c'est-à-dire 3 x 1) : où est donc la difficulté ? Elle venait du fait qu'il *fallai*t *diviser* par 5, et sans doute aussi essayer mentalement de « *découper* en cinq *parts* » … alors qu'avec la « vraie » définition, on n'utilise QUE la *multiplication* : les "tables" suffisent.

Il est vrai qu'il faut donc « savoir ses tables », oui : mais ce n'est pas les fractions, ça !

B) Pour la **somme de fractions de même dénominateur**, de même : il n'y a plus l'ombre d'une difficulté – ni non plus d'une $n^{\text{ième}}$ formule à apprendre –, car qui ne sait pas que 3 fleurs, plus 7 fleurs, ça fait (3 + 7) fleurs ? Donc TOUT LE MONDE sait que 3 huitièmes plus 7 huitièmes, ça fait (3 + 7) huitièmes ! … mais aussi « *POURQUOI* ça ne marche **pas** avec 3 huitièmes plus 7 onzièmes ? », car pas plus qu'avec « 3 hélicoptères plus 7 fusées » !!

C) À l'école, c'est presque fini. Il ne reste plus qu'à maîtriser le passage de 1/10 à 1/100. D'abord en reposant toujours la question « qu'est-ce qu'un centième ? Et un millième ? » Alors, un centième, **c'est plus, ou c'est moins,** qu'un millième ? [au collège ce sera pour la propriété *générale* 1/a < 1/b ? … si, et seulement si, a > b !] et combien de fois plus ? Dix fois, évidemment, puisque 1000 = 10 fois 100 [Là encore, c'est le manque de résultats mémorisés "évidents", la non maîtrise du calcul mental automatisé, qui fait obstacle : pas les fractions elles-mêmes !].

D) Il resterait une dernière difficulté : la représentation des fractions sur un axe (la droite numérique). Mais en fait, là encore, ce qui fait vraiment obstacle, ce ne sont pas les fractions elles-mêmes, mais l'enseignement de la grandeur « longueur » qui est défectueux…

IV. Et *au collège* ? Deux ou trois formules *de plus* seulement !

1) Définition **explicite** de l'*inverse* (et pas seulement sur les entiers : on peut désormais utiliser les décimaux, par exemple en faisant vérifier que 0,8 et 1,25 sont inverses … puisque 0,8 x 1,25 = … 1,000 !), avec toujours l'accompagnement oral « quand on les **multiplie**, ça fait **1** ! ».

2) *notation* a/b . Qui signifie a x 1/b (et pas a : b , ni « solution de l'équation $bx=a$, même si c'est ce que demandent les programmes! Par contre, on pourra le faire vérifier, et *retenir*, après.)

3) Ensuite, à ne pas oublier, la formule $\frac{1}{a\times b}=\frac{1}{a}\times\frac{1}{b}$ … qu'on peut éventuellement démontrer, mais qui peut aussi, évidemment, n'être qu'*illustrée*, par des découpages de découpages de parts [image mentale à fin de mémorisation] et "montre" la commutativité …

4) Tout de suite après, la formule $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ … qui n'a absolument rien d'évident, même si elle est évidemment très (trop ??) facile à retenir. Et, à mon avis est **à démontrer** (ça prend une ligne), ne serait-ce que pour faire éviter de croire que « c'est quand ça ne marche pas qu'il faut prouver », et encore moins que « c'est vrai car c'est intuitif ».

5) Et enfin, de manière presque évidente, la formule $\frac{1}{\frac{a}{b}}=\frac{b}{a}$ qui évite**,** avec la 2)**,** d'apprendre par cœur : « a/b / c/d = ad / bc , oui, mais attention : a/ b / c/d = ac / bd » …

Bien entendu, tout cela ne dispensera pas de tout un travail d'entraînement, mais il en évitera le côté absurde … et, je pense, la répétition années après années sans aucun progrès !!

Jusqu'à maintenant **sans jamais faire de lien immédiat avec a : b** . [Pour l'aire du triangle, on voit aussi bien qu'il faut DEUX triangles *pour FAIRE 1* rectangle, que de « couper en deux un rectangle ». Alors pourquoi commencer par le plus compliqué ?]

6) Et seulement maintenant, vers la fin, **montrer** que **a/b = a : b**.

Par exemple à l'aide du guide-âne[2] … qui est vraiment le bien venu, alors ! (et permet de réinvestir Thalès)

Et les élèves ne se posent plus la question : « La formule de l'aire d'un triangle, c'est A = ½ b x h ; ou bien A = b x h/2 ? Ah, mais non, A = (b x h) ÷ 2 !! » …

2 Nom donné à un réseau de droites parallèles équidistantes. Voir par exemple http://www.jlsigrist.com/guideane.html